## Конспект лекції № 8

## Тема № 8. Планування виробництва

**Міжпредметні зв'язки:** Зв'язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як „Дослідження операцій", „Економіко-математичні методи та моделі" та „Оптимізаційні методи та моделі".

**Мета лекції:** розглянути основні моделі планування виробництва.

### Ключові поняття та терміни

- Оперативно-календарне планування
- Статична модель
- Динамічна модель
- Модель Неймана
- Модель оптимізації планів поставок продукції
- Однопродуктова модель розміщення виробництва
- Моделі оптимального використання кормів
- Модель розміщення і структура посівів
- Модель оптимізації сівозмін
- Варіантна однопродуктова модель розміщення виробництва

### План лекції

1. Оптимальне Оперативно – Календарне Планування (ОКП)
1.1. Постановка загальної задачі ОКП
1.2 Визначення оптимальної послідовності запуску деталей у виробництво
1.3. Визначення оптимального режиму виробництва та зберігання продукції
2. Статична та динамічна моделі оптимального планування
2.1. Статична модель
2.2. Динамічна модель
3. Оптимізаційні моделі галузевого планування.
3.1. Основні Е-М задачі галузевого планування
3.2. Модель задачі оптимізації планів поставок продукції
4. ЕММ задачі оптимізування розміщення виробництва. Однопродуктова модель розміщення виробництва.
5. Моделювання задач сільського господарства підприємств
5.1. Моделі оптимального використання кормів
5.2. Модель розміщення і структура посівів
5.3. Модель оптимізації сівозмін (розподільча модель)

## Інформаційні джерела:

**Основна та допоміжна література:**

1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц./ В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К.: КНЕУ, 2005. – 306 с.
2. Вовк В.М. Оптимізаційні моделі економіки : навч. посібник / В.М. Вовк, Л.М. Зомчак. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 318 с.
3. Дацко М. В. Дослідження операцій в економіці: навч. посіб. / М. В. Дацко, М. М. Карбовник. – Л. : ПАІС, 2009. – 288 с.
4. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ “Економічна думка”, 2008. – 704 с.

**Навчальне обладнання:** ТЗН, презентація тощо: ноутбук, проектор, мультимедійна презентація.

## ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ ЛЕКЦІЇ

### 1.Оптимальне Оперативно – Календарне Планування (ОКП)

### 1.1. Постановка загальної задачі ОКП

Нехай в цеху nвидів обладнання. Протягом деякого періоду часу Т необхідно випустити nвидів продукції в заданому асортименті. Причому об’єм випуску можна розглядати і у розрізі окремих під періодів.

Існує декілька технологічних маршрутів обробки. Відомі такі обробки деталей кожного виду на кожному виді обладнання, а також час перекладки кожного виду обладнання при переході від обробки деталей одного виду до іншого. Визначити такий календар, що забезпечить виконання плану і мінімальної собівартості.

До загальних сумарних затрат віднесемо:

1. Затрати на виробництво
2. Затрати на переналадку
3. непродуктивність простоювання обладнання

**В результаті розв’язавши задачі можемо отримати:**

1. оптимальну послідовність запуску деталей у виробництво
2. оптимальну послідовність величини партії і кількість деталей
3. оптимальний технологічний маршрут
4. оптимальний режим роботи виробничого обладнання

Загальна модель немає розв’язку, але можна перейти до часткових задач.

### 1.2 Визначення оптимальної послідовності запуску деталей у виробництво

Нехай в цеху є m верстатів (груп верстатів) на яких необхідно обробити nдеталей чи n партій деталей. Відомі технологічні маршрути обробки кожної деталі. На 1 верстаті може оброблятися лише одна деталь і 1 деталь обробляється одним верстатом.

Необхідно визначити таку послідовність запуску деталей у виробництво, для якої загальний час обробки всіх деталей був би мінімальним.

Розглянемо задачу, коли є 2 верстати m=2 і кожна із деталей спочатку обробляється на 1 верстаті, а потім на другому.

А – операція на першому верстаті

В – операція на другому верстаті

З прикладів видно, що якщо $A_i < B_i$то доцільно починати обробляти ту деталь, яка дає нам якомога більш ранній початок обробки деталі на 2 верстаті. Коли $A_i > B_i$, час початку обробки деталі на 2 верстаті вже не має такого значення.

**1.3. Визначення оптимального режиму виробництва та зберігання продукції**

У задачі вирівнювання об'ємів випуску продукції по під періодах планового періоду присутні 3 вимоги:

1. потреби у продукції у кожен під період повинні бути задоволені
2. коливання в об'ємах випуску продукції по під періодах повинні бути min
3. запасів продукції по під періодах повинно бути min також

Т – плановий період

n – під періодів

i – індекс під періоду $i = \overline{1,n}$

$a_i$ – потреба в продукції в i – му під періоді

q – додаткові затрати пов'язані з випуском додаткової одиниці продукції

s – втрати пов'язані зі зменшенням випуску продукції на 1 одиницю

$u_i$ – запаси продукції на кінець i – ого планового під періоду

$x_i$ – шуканий об'єм випуску продукції в i – му плановому періоді.

$u_{i-1} + x_i = a_i + u_i$ (2)

В реальному виробництві може бути спад і зростання виробництва, тому

$x_i - x_{i-1} = y_i - z_i$де $x_i \geq 0$ $y_i \geq 0 z_i \geq 0$ (3)

$y_i$ – приріст випуску продукції

$z_i$ – спад випущеної продукції

$x_i - x_{i-1} > 0$ – приріст виробництва

$x_i - x_{i-1} = 0$ - не зміниться виробництво

$x_i - x_{i-1} < 0$ – спад виробництва

Мінімізуємо сумарні витрати на виробництво зберігання продукції:

$minL\ L = C \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i + u_{i-1}}{2} + q \sum_{i=1}^{n} y_i + s \sum_{i=1}^{n} z_i$ (1)

$u_{i-1} + x_i = a_i + u_i i = \overline{1,n}$ (2)

$x_i - x_{i-1} = y_i - z_i x_i \geq 0$ $y_i \geq 0 z_i \geq 0$ (3)

## 2.СТАТИЧНА ТА ДИНАМІЧНА МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ

### 2.1. Статична модель

Розглядаючи МБ виробництва та розподілу продукції, ми вважали, що кожен вид продукції виробляється лише одним способом виробництва, який характеризувався стовпцем коефіцієнту. Затрати А тому, при заданому векторі кінцевої продукції модель мала лише один розв’язок і вільність вибору розв’язку була відсутня.

Припустимо, що кожен вид продукції можна виробляти кількома способами. Кожному способі виробництва, відповідатиме свій стовпець коефіцієнтів затрат. Потрібно буде вибрати найбільш ефективний варіант. За критерій візьмемо виробництво maxоб’єму фіксованої продукції в рамках НГ.

В межах цього НГ кінцевого продукту співпадає з НГ, а тому, використаний критерій максимізування, виражається в матеріально – речовій формі, при задані оптимального співвідношення між продуктами.

Схема статичної моделі оптимального планування

| Вид продукції і ресурсів | Технологічні способи | | | | Обмеження |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | . . . | n | |
| Ресурси 1 | $a_{11}$ | $a_{12}$ | . . . | $a_{1n}$ | $\leq A_i$ |
| . | . | . | . . . | . | . |
| . | . | . | . . . | . | . |
| . | . | . | . . . | . | . |
| m | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | . . . | $a_{mn}$ | $\leq A_m$ |
| Продукція 1 | $b_{11}$ | $b_{12}$ | . . . | $b_{1n}$ | $\geq k_1 z$ |
| . | . | . | . . . | . | . |
| . | . | . | . . . | . | . |
| . | . | . | . . . | . | . |
| R | $b_{R1}$ | $b_{R2}$ | . . . | $b_{Rn}$ | $\geq k_R z$ |
| Інтенсивність | $x_1$ | $x_2$ | . . . | $x_n$ | |

Коефіцієнт $b_{ij}$можуть бути і від’ємними. Це говорить про те, що продукція даного виду при даному ТС не виробляється, а споживається.

Розмежування на ресурси і продукцію для усього НГ є умовним. Це до деякої міри вірно в окремих галузях.

Невідомими у цій моделі є:

$x_j$ – інтенсивність ТС

$z_R$ – кількість наборів кінцевої продукції

$A_i$ – запаси і – ого ресурсу

$k_r$ – частка кожної продукції у загальному обсязі кінцевої продукції.

$\max z$ (1)

$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq A_i \; i = \overline{1, n}$ (2)

$\sum_{j=1}^{r} b_{rj} x_j \geq k_r z \; r = \overline{1, R}$ (3)

$x_j \geq 0 j = \overline{1, n} z \geq 0$

**2.2. Динамічна модель**

Розглянемо одну з найпростіших моделей – модель Неймана. Вважатимемо, що виробляється mвидів продукції nспособами. При кожному ТС одні продукти затрачаються, інші виробляються.

i – індекс виду продукції $i = \overline{1, m}$

j – індекс ТС $j = \overline{1, n}$

$a_{ij}$ – коефіцієнт затрат

$b_{ij}$ – коефіцієнт випуску, може бути менше нуля, якщо продукція не виробляється, а затрачається

Для простоти вважатимемо, що модель замкнута, тобто відсутність $E_{кр}$ та $I_{пр}$.

Припущення:

1) способи виробництва і сама продукція протягом певного періоду часу э незмінні

2) залежність між затратами і трудовими ресурсами – прямо пропорційна, хоча насправді ця залежність більш складна

3) природні ресурси необмежені

Невідомими величинами в динамічній моделі виступають інтенсивності. Зрозуміло, що виробництво лише тоді буде рентабельним, коли затрати на виробництво даної продукції будуть меншими від випуску цієї продукції, тобто:

$\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_j \geq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \qquad i = \overline{1, m}$

Оскільки модель замкнена, то вся продукція випущена йде на ресурси наступного періоду. Маємо приклад саморозширної системи. Введемо поняття темпу росту$L = \frac{b}{a}$ – відношення випуску до затрат в одному і тому ж періоді.

Але ж затрати у цьому періоді дорівнюють випуску в попередньому, тоді темп росту – це відношення випуску продукції даного періоду до попереднього:

$$b_t = b_{t-1} \rightarrow L = \frac{b}{b_{t-1}}$$

Темпи росту для кожного виду продукції різні. Найменший з них приймемо за L.

**Модель Неймана:**

$maxL$ (1)

$\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_j \geq L \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j$ (2)

$x_j \geq 0 j = \overline{1, n}$ (3)

Невідомі $x_j$таL. Модель замкнена. В динамічній моделі можна змінювати ТС з періоду в період. Ця зміна полягатиме або у змінні норм затрат, або в змінні витоку продукції. Якщо змінилися норми затрат, то такий ТС слід розглядати як новий.

**3. Оптимізаційні моделі галузевого планування.**

**3.1. Основні Е-М задачі галузевого планування**

1. задачі прогнозування – тут визначають можливі нові види продукції, НТП галузі
2. задачі оптимального вибору заходів по технологічному розвитку галузі
3. задачі оптимізації суспільних форм організації виробництва в галузі (задачі оптимальної організації поставок продукції, оптимізації розміщення підприємству галузі)
4. задачі оптимізації робіт і послуг
5. задачі оптимального розподілу капітальних вкладень, що виділяються для галузі
6. задачі оптимізації плану випуску продукції
7. задачі оптимізації основних техніко – економічних показників

**3. 2. Модель задачі оптимізації планів поставок продукції**

Потрібно визначити, як закріпити споживачів за постачальниками і спланувати перевезення, щоб мінімізувати затрати на транспортування всього об'єму продукції.

i – індекс виробника

j – індекс споживача

$A_i$ – кількість однорідної продукції, що зосереджена в i – ого виробника

$B_j$ – потреби j – ого споживача

1) потреба кожного споживача має бути задоволена

2) продукція від кожного виробника має бути вивезена

$c_{ij}$ – вартість перевезення від i до j

$x_{ij}$ – кількість продукції яку будемо перевозити від i – ого виробництва

$\min L$

$$L = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = A_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{m} A_i = \sum_{j=1}^{n} B_j \quad (4)$$

- умова балансу має транспортна задача

**4. ЕММ задачі оптимізування розміщення виробництва. Однопродуктова модель розміщення виробництва.**

i – індекс пункту виробництва продукції (діючого, або такого, що може бути збудованим)

$A_i$ – потужність діючих підприємств, проекти реконструкції і нового будівництва (у випадку реконструкції, нарощена потужність розглядається окремо)

$B_j$ – потреба в j – му пункті споживання

$s_i$ – собівартість одиниці продукції в i – му пункті виробництва

$k_i$ – капітальні затрати на 1 продукції в i – му пункті

E – нормативний коефіцієнт ефективності капітальних вкладень (якщо T – період за який окупається капітальні вкладення, то $\mathrm{E} = \frac{1}{\mathrm{T}}$, як правило E=0,15)

$c_{ij}$ – транспортувати затрати на перевезення з i до j.

$x_{ij}$ – кількість продукції, що перевозиться від i – ого виробництва до j – споживача.

$$\min L$$

$L = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} (s_i + Ek_{i+}c_{ij}) x_{ij}$ (5)

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq A_i$ (6)

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j$ (7)

$x_{ij} \geq 0$ (8)

(5) – (8) – виробничо – транспортна задача

$(s_i + Ek_i)$ – називається приведеними транспортними затратами.

Задача не враховує, що потужність підприємств змінюється дискретно, а нам потрібно неперевно.

**Варіантна однопродуктова модель розміщення.**

i – індекс пункту можливого розміщення виробництва $\mathrm{i} = \overline{1, m}$

j – індекс пункту споживання продукції$j = \overline{1, n}$

s – індекс варіанту потужності $s = \overline{1, s_i}$

$B_j$ – потреба в j –му пункті споживання

$P_{is}$ – об’єм випуску продукції в i – му пункті виробництва при s – му варіанті розвитку потужності.

$t_{ij}$ – транспортні затрати в розрахунку на одиницю продукції.

x$_{ij}$ – кількість продукції, яку ми повеземо від i – ого виробника до j – ого споживача.

$$z_{is} = \begin{cases} 1 - \text{коли примається s – товна варіант в i} - \text{му пункті} \\ 0 \qquad\qquad\qquad - \text{коли не приймається} \end{cases}$$

$$\min V$$

$V = \sum_{s=1}^{s_i} \sum_{i=1}^{m} c_{is} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} t_{ij} x_{ij}$ (1)

$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq \sum_{s=1}^{s_i} P_{is} z_{is}$ (2)

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j$ (3)

$\sum_{s=1}^{s_i} z_{is} \leq 1 \; \forall \, i = \overline{1,n}$ (4)

$z_{is}(1 - z_{is}) = 0$ (5)

$x_{ij} \geq 0 i = \overline{1,m} j = \overline{1,n}$ (6)

Розширенням даної моделі є умова не перевищення об’ємів певних ресурсів.

k – індекс виду ресурсу $k = \overline{1,K}$

$b_{iks}$ – об’єм ресурсів k – ого виду, що затрачаються на і – тому підприємстві при s - му варіанті потужності

$M_{ik}$ – потреба в ресурсі k – ого виду на і – тому підприємстві.

$\sum_{s=1}^{s_i} b_{iks} \, z_{is} \leq M_k$ (4*)

Якщо задається об’єм ресурсу ($M_k$) для галузі в цілому, то

$\sum_{i=1}^{m} \sum_{s=1}^{s_i} b_{iks} \, z_{is} \leq M_k k = \overline{1,K}$ (4**)

Можливо, що виникають затрати, пов’язані із транспортуванням сировини в пункті виробництва. Модель розширюється за рахунок додаткових обмежень і змінюється цільова функція:

$l$ – індекс виду сировини $l = \overline{1,L}$

*v*– індекс виду видобутку сировини

$D_{vli}$ – собівартість перевезення одиниці сировини 1 – ого виду з пункту *v*видобування у пункт і.

$Y_{vli}$ – об’єм такого перевезення

$Q_{il}$ – потреба і – ого пункту в сировині $l$ – ого виду.

$\sum_{v=1}^{V} Y_{vli} \geq \sum_{s=1}^{s_i} Q_{il} \, z_{is} i = \overline{1,m} l = \overline{1,L}$

Цільова функція:

$$\min V$$

$$V = \sum_{s=1}^{s_i} \sum_{i=1}^{m} c_{is} z_{is} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} t_{ij} x_{ij} + \sum_{v=1}^{V} \sum_{l=1}^{L} \sum_{i=1}^{m} D_{vli} \, Y_{vli}$$

## 5. Моделювання задач сільського господарства підприємств

Особливості сільського господарства:

1. земля як головний засіб виробництва володіє універсальність
2. праця менш спеціалізована, можливість зміни видів праці
3. характерна взаємозамінність виробленої продукції

### 5.1. Моделі оптимального використання кормів

i – вид корму $i = \overline{1, m}$

j – індекс поживних речовин $j = \overline{1, n}$

$b_j$ – кількість поживних речовин в раціоні (речовин j ого виду)

$c_i$ – вартість одиниці і – ого корму

$a_{ij}$ – норма вмісту j – ї поживної речовини

$x_i$ – кількість кормів і – ого виду в раціоні

$$\min L_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \geq b_j \quad (2)$$

$$x_i \geq 0 i = \overline{1, m} \quad (3)$$

### 5.2. Модель розміщення і структура посівів

i - індекс ділянки $i = \overline{1, m}$

j – індекс культури $j = \overline{1, n}$

$b_j$– площа в га і –ої ділянки землі

$a_j$ – площа, що повинна бути відведена під j – ву культуру

$c_{ij}$ – собівартість обробки і – тої ділянки під j – ву культуру

$x_{ij}$ – площа і – ої ділянки відведена під j – ву культуру

$$\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} c_{ij} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_j \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_j \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (7)$$

Розглянемо це одну модифікацію моделі:

i – ділянка $i = \overline{1, m}$

j – культура$j = \overline{1, n}$

$a_{ij}$ – врожайність j – ої культури на і – тій ділянці

$c_{ij}$ – затрати на обробку одиниці площі і – тої ділянки під j – у культурою

$s_i$ – площа і – ої ділянки

$b_j$ – план по виробництву j – ої культури

$x_{ij}$ – площа, відведена під виробництво j – ої культури на і – тій ділянці

$$\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} c_{ij} \quad (8)$$

$\sum_{j=1}^{n} x_{il} \leq s_i$ (9)

$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\, x_{ij} \geq b_j$ (10)

$x_{ij} \geq 0$ (11)

**5.3. Модель оптимізації сівозмін (розподільча модель)**

i – індекс сівозмін $i = \overline{1, m}$

j – індекс виду культури $j = \overline{1, n}$

k – індекс ділянки землі $k = \overline{1, K}$

$p_{ik}$ – середній прибуток одержаний з 1 – ого га на k – ій ділянці при використанні i – ої сівозміни

$a_{ij\text{k}}$ – частка посівів під j – тою культурою на k – ій ділянці при дотриманні i – ої сівозміни

$b_j$ – загальна площа посівів під j – тою культурою

$s_k$– площа k – ої ділянки землі

$x_{ik}$ – площа в га відведена на k – ій ділянці землі для i – ої сівозміни.

$$maxL$$

$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ik} x_{ik}$ (12)

$\sum_{i=1}^{m} x_{ik} \leq s_k\; k = \overline{1, K}$ (13)

$\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{K} a_{ij\text{k}} x_{ik} \leq b_j$ (14)

$x_k \geq 0$ (15)