Конспект лекції № 5

Тема № 5. Алгоритмічні(імітаційні) моделі в економіці та підприємництві

Міжпредметні зв'язки: Зв'язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як „Дослідження операцій", „Економіко-математичні методи та моделі" та „Оптимізаційні методи та моделі".
Мета лекції: познайомити з основними аспектами імітаційного моделювання. Проаналізувати теоретичні основи методу статистичного моделювання та виокремити послідовність створення імітаційних моделей.

Ключові поняття та терміни

- Імітаційне моделювання
- Метод статистичного моделювання
- Метод Монте-Карло
- Моделювання випадкових величин
- Моделювання випадкових подій
- Концептуальна модель системи

План лекції

5.1. Основні аспекти імітаційного моделювання
5.2. Теоретичні основи методу статистичного моделювання
5.2.1. Моделювання випадкових величин.
5.2.2. Моделювання випадкових подій
5.3. Послідовність створення математичних імітаційних моделей
5.3.1. Побудова концептуальної моделі
5.3.2. Побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлю системи
5.3.3. Створення комп'ютерної програми
5.3.4. Проведення машинних експериментів з моделлю системи
5.4. Моделювання випадкових величин як системотвірна імітаційного процесу моделювання
5.5. Приклади імітаційного моделювання

Інформаційні джерела:

Основна та допоміжна література:

1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц./ В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К.: КНЕУ, 2005. – 306 с.
2. Вовк В.М. Оптимізаційні моделі економіки : навч. посібник / В.М. Вовк, Л.М. Зомчак. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 318 с.
3. Дацко М. В. Дослідження операцій в економіці: навч. посіб. / М. В. Дацко, М. М. Карбовник. – Л. : ПАІС, 2009. – 288 с.
4. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ "Економічна думка", 2008. – 704 с.

Навчальне обладнання: ТЗН, презентація тощо: ноутбук, проектор, мультимедійна презентація.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ ЛЕКЦІЇ

5.1. Основні аспекти імітаційного моделювання

З розвитком обчислювальної техніки і дискретного аналізу дедалі ширшого розвитку та використання набувають алгоритмічні (імітаційні) моделі.

Серед основних етапів процесу імітаційного моделювання можна виокремити такі:

- аналіз характеристик і закономірностей функціонування керованого (досліджуваного) об'єкта: виокремлення на змістовно- му (вербальному, концептуальному) рівні системи обмежень (ресурсних, фізичних, правових, соціальних тощо), визначення показників вимірювання та оцінки результатів, формулювання цілей, гіпотез та проблем розвитку;
- конструювання імітаційної моделі: перехід від реального об'єкта до логічних схем, які імітують його поведінку, та алгоритмів (моделей), формальна постановка задач, що розв'язуються за допомогою імітаційного моделювання;
- підготовка системи даних для моделі: формування інформаційного забезпечення, необхідного для функціонування імітаційної моделі, зокрема, визначення структури та способів подання даних, джерел їх отримання, форм і режимів зберігання, встановлення взаємозв'язків і взаємозалежності між різними масивами та базами даних;
- програмна реалізація імітаційної моделі: створення чи адекватне використання існуючих програмних продуктів, що забезпечують можливість безпосередньої практичної реалізації моделі на персональних комп'ютерах;
- оцінка адекватності моделі: порівняння результатів, накопичених у процесі дослідної експлуатації моделі, на підставі інформації, отриманої про реальний об'єкт, який імітується, виявлення та аналіз розбіжностей і в разі необхідності внесення корекцій до моделі;
- проведення імітаційних експериментів. Очевидно, що даний етап є цільовим (власне кажучи, заради нього й будується імітаційна модель). Він включає в себе стратегічне та тактичне планування експериментів, власне експериментування («імітаційні експерименти»), котре завершується інтерпретацією отриманих результатів і прийняттям на підставі зроблених висновків рішень щодо оцінювання та управління об'єктом (підприємством, банком, фінансовою фірмою, торговельною організацією, холдингом тощо).

Стратегічне планування імітаційного експерименту спрямоване на розв'язання низки питань якісного характеру. До таких, на- приклад, можна віднести формулювання гіпотез щодо характеру залежностей між параметрами моделі чи вибір конкретних мето- дів дослідження з урахуванням їх взаємовпливу.

Тактичне планування експерименту повинно прояснити питання стосовно визначення способів та умов його проведення. Типовими задачами тактичного планування є вибір початкових значень для параметрів моделі чи визначення послідовності варіації цих значень.

Одним із важливих аспектів у процесі роботи (дослідження) з імітаційною моделлю є аналіз її чутливості. Під ним розуміють ви- значення ступеня мінливості значень цільових показників моделі, зумовлених мінливістю (невизначеністю, варіабельністю) вихідних параметрів. Так, якщо за відносно невеликих змін вихідних даних відбувається суттєва зміна в результатах моделювання, то це є достатньою підставою для додаткових, більш детальних досліджень, зокрема, щодо взаємозв'язків між відповідними змінними.

До **позитивних** якостей імітаційного моделювання можна віднести:

- надання дослідникові (системному аналітику) можливості спостереження як кінцевого результату стосовно до показників аналізованого об'єкта, так і процесу його функціонування, що дає змогу одержати шуканий результат;
- широкі можливості щодо масштабування в процесі функціонування модельованого об'єкта;
- забезпечення багатоваріантності досліджень;
- багатофункціональність імітаційних моделей, що відображається в можливостях гнучкого вибору та наступних модифікаціях системи цілей і критеріїв, які бажано розглянути під час проведення імітаційних експериментів;

Звернімо увагу також на **недоліки**, що притаманні імітаційним моделям:

♦ оскільки імітаційні моделі за своєю природою є лише засобом для проведення деякого числового експерименту, то результати, отримані за їх допомогою, являють собою не що інше, як поодинокі випадки (можливі варіанти) розвитку модельованого об'єкта. Отже, всі висновки та твердження, зроблені на їх підставі, мають евристичний характер і в певних випадках можуть суттєво викривляти дійсний стан речей;

♦ у багатьох випадках отримання оцінок стосовно до ступеня наближення (чи невідповідності) між імітаційною моделлю (результатами імітаційного моделювання) і функціонуванням реального об'єкта виявляються проблематичними;

♦ здебільшого в основу процесу імітації покладено деякий статистичний експеримент, у ході якого використовуються генератори псевдовипадкових величин. Похибки, що об'єктивно притаманні таким генераторам, можуть істотно викривляти результати, отримані в ході імітаційного моделювання.

Варто також звернути увагу на пізнавальний зворотний вплив, що його дають результати, одержані в межах імітаційних експериментів, на отримання інформації, яку використовують теоретичні (аналітичні) економіко-математичні моделі. Справді, аналіз та узагальнення накопичених у процесі імітаційних експериментів даних досить часто дозволяє краще зрозуміти якісні та кількісні закономірності, притаманні поводженню керованих об'єктів, і відобразити їх в аналітичному вигляді. Це додатково вказує на справедливість того, що успішне розв'язання задач моделювання та управління функціонуванням таких складних слабоформалізованих систем, як економічні об'єкти і процеси, потребує комплексного використання цілісної системи моделей і методів як теоретико-аналітичної, так і емпіричної (імітаційної) природи.

Імітаційні (алгоритмічні) моделі можуть бути детермінованими і стохастичними. В останньому випадку за допомогою датчиків (генераторів) випадкових чисел імітується вплив (дія) невизначених і випадкових чинників. Такий метод імітаційного моделювання дістав назву методу статистичного моделювання (статистичних прогонів, чи методу Монте-Карло). На даний час цей метод вважають одним із найефективніших методів дослідження складних систем, а часто і єдиним практично доступним методом отримання нової інформації щодо поведінки гіпотетичної системи (на етапі її проектування).

5.2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Метод статистичного моделювання (чи метод Монте-Карло) — це спосіб дослідження невизначених (стохастичних) економічних об'єктів і процесів, коли не повністю (до певної міри) відомими є внутрішні взаємодії в цих системах.

Цей метод полягає у модельному відтворенні процесу за допомогою стохастичної математичної моделі та обчисленні характеристик цього процесу. Одне таке відтворення можливого (випадкового) стану функціонування модельованої системи називають реалізацією (чи імітаційним прогоном; далі — прогоном).

Після кожного прогону реєструють сукупність параметрів, що характеризують випадкову подію (її реалізацію). Метод ґрунтується на багатократних прогонах (випадкових реалізаціях) на підставі побудованої моделі з подальшим статистичним опрацюванням отриманих даних з метою визначення числових характеристик досліджуваного об'єкта (процесу) у вигляді статистичних оцінок його параметрів. Процес моделювання економічної системи зводиться до машинної імітації досліджуваного процесу, котрий моделюється на ЕОМ з усіма суттєвими невизначеностями, випадковостями і породженим ними ризиком. Імітаційне моделювання нерідко має назву симулятивного моделювання. Перші відомості про метод Монте-Карло були опубліковані в кінці 40-х рр. XX століття. Авторами методу є американські математики — економісти Дж.Нейман і С.Улам.

Теоретичною основою методу статистичного моделювання є закон великих чисел. У теорії ймовірностей закон великих чисел ґрунтується на доведенні низки теорем для різних умов збіжності за ймовірністю середніх значень результатів (на підставі великої кількості спостережень) до деяких величин.

Під законом великих чисел розуміють кілька теорем. Наприклад, одна з теорем П. Л. Чебишева формулюється таким чином: «За необмеженого збільшення кількості незалежних випробувань (n) середнє арифметичне вільних від систематичних помилок і рівноточних результатів спостережень ξi

випадкової величини ξ, яка має скінченну дисперсію D(ξ), збігається за ймовірністю до5 математичного сподівання mξ = M(ξ) цієї випадкової величини».

Це можна записати так:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{\sum_{i=1}^{n}\xi_i}{n} - m_\xi\right| < \varepsilon\right\}=1, \qquad (5.1)$$

де $\varepsilon -$ як завгодно мале додатне число.

Теорема Бернуллі формулюється так: «За необмеженого збільшення числа незалежних спроб (п) за одних і тих самих умов відносна частота $\frac{m}{n}$ настання випадкової події збігається за ймовірністю до p, тобто:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{m_i}{n} - p\right| < \varepsilon\right\}=1, \qquad (5.2)$$

Де $\varepsilon -$ як завгодно мале додатне число. »

Згідно з цією теоремою для отримання ймовірності певної події, наприклад імовірності станів деякої системи $p_i, i = 1,\dots,k$, обчислюють відносні частоти $p_i = \frac{m_i}{n}$ для кількості реалізацій, що дорівнює n.

Результати усереднюють і з деяким наближенням одержують шукані ймовірності станів системи. Чим більшим буде n, тим точнішим буде результат обчислення цих імовірностей. Це легко довести.

Припустимо, що треба відшукати значення математичного сподівання m для певної випадкової величини. Підберемо таку випадкову величину ξ, щоб

$$M(\xi) = m, \text{ а } D(\xi) = b^2,$$

де b^2 – довільне значення дисперсії випадкової величини ξ.

Розгляньмо послідовність n незалежних випадкових величин n $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, розподіл імовірностей яких збігається з розподілом ξ. Якщо n є досить великим, то згідно з центральною граничною теоремою розподіл суми

$$\eta_n = \xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n$$

буде приблизно нормальним розподілом з параметрами a = n · m; $\sigma^2 = n{\cdot}b^2$.

З правила «трьох сигм» $P\{a - 3\sigma < \xi < a + 3\sigma\} = 0{,}997$ випливає, що

$$P\{mn - 3b\sqrt{n} < \eta_n < nm + 3b\sqrt{n}\} = 0{,}997. \qquad (5.3)$$

Розділивши нерівність, що розташована у фігурних дужках, на n, отримаємо еквівалентну нерівність з тією самою ймовірністю:

$$P\left\{m - \frac{3b\sqrt{n}}{n} < \frac{\eta_n}{n} < m + \frac{3b\sqrt{n}}{n}\right\} = 0{,}997.$$

Це співвідношення можна записати у вигляді:

$$P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i - m\right| < \frac{3b}{\sqrt{n}}\right\} = 0{,}997. \qquad (5.4)$$

Співвідношення (5.4) визначає метод обчислення середнього значення m і оцінку похибки. З (5.4) видно, що середнє арифметичне реалізацій випадкової величини ξ наближено дорівнюватиме числу m. З імовірністю p = 0,997 похибка такого наближення не перевищує $\frac{3b}{\sqrt{n}}$. Очевидно, що ця похибка прямує до нуля зі зростанням n, що й потрібно було довести.

Розв’язування задач методом статистичного моделювання полягає в такому:

• опрацювання й побудова структурної схеми процесу, виявлення основних взаємозв’язків;

• формалізований опис процесу;

• моделювання випадкових явищ (випадкових подій, випадкових величин, випадкових функцій), що притаманні досліджуваній системі;

• моделювання процесу функціонування системи (на підставі використання даних, що отримані6 на попередньому етапі) — відтворення процесу відповідно до розробленої структурної схеми і формалізованого опису (імітаційні прогони);

• накопичення результатів моделювання (імітаційних прогонів), статистичне опрацювання, аналіз та інтерпретація їх.

Зазначимо, що будь-які твердження стосовно до характеристик модельованої системи повинні ґрунтуватися на результатах відповідних перевірок за допомогою методів математичної статистики.

Оскільки випадкові події й випадкові функції можуть подаватися з використанням випадкових величин, то й моделювання випадкових подій і випадкових функцій проводиться за допомогою випадкових величин.

5.2.1. Моделювання випадкових величин.

Для моделювання випадкової величини потрібно знати закон її розподілу. *Найзагальнішим способом* отримання послідовності випадкових чисел, що є послідовністю реалізацій випадкової величини, котра розподілена за довільним законом, є спосіб, в основі якого — процес формування їх з вихідної послідовності випадкових чисел. Ця послідовність є послідовністю реалізацій випадкової величини, що розподілена в інтервалі (0; 1) згідно з рівномірним законом розподілу.

Згадану послідовність випадкових чисел з рівномірним законом розподілу можна отримати трьома способами:

- використанням таблиць випадкових чисел;
- застосуванням генераторів випадкових чисел;
- методом псевдовипадкових чисел.

Нині використовують псевдовипадкові числа, що відповідають рівномірному закону розподілу. Псевдовипадкові (випадкові) числа — це числа, отримані за деяким правилом (формулою), що імітує значення випадкової величини. Розроблено низку алгоритмів для отримання псевдовипадкових чисел. Датчики псевдовипадкових чисел є складовими більшості програмних комплексів.

Для перетворення послідовності випадкових чисел, що є реалізаціями випадкової величини з рівномірним законом розподілу в інтервалі (0; 1), у послідовність випадкових чисел, що є реалізаціями випадкової величини із заданою інтегральною функцією розподілу $F(x)$, треба із сукупності випадкових чисел з рівномір- ним законом розподілу в інтервалі (0; 1) вибрати випадкове число ξ і розв’язати рівняння:

$$F(x) = \xi \text{ відносно } x. \qquad (5.5)$$

У випадку, коли задана функція щільності ймовірності f(x), співвідношення (5.5) набирає вигляду:

$$\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \xi. \qquad (5.6)$$

Для низки законів розподілу отримано аналітичний розв’язок рівняння (5.6), результат якого наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

ФОРМУЛИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Закони розподілу випадкової величини	Щільність розподілу	Формули для моделювання випадкових величин
Експоненційний	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$x = -\frac{1}{\lambda}\ln\xi_i$
Вейбула	$f(x) = \frac{a}{b}\left(\frac{x}{a}\right)^{a-1} exp\left[-(\frac{x}{b})^a\right]$	$x_i = -b(ln\xi_i)^{1/a}$

Гама-розподіл (η — цілі числа)	$f(x) = \dfrac{\lambda^{\eta}}{\Gamma(\eta)} e^{-\lambda x} x^{\eta-1}$	$x_i = -\dfrac{1}{\lambda}\sum_{j=1}^{n} \ln(1-\xi_{ij})$
Нормальний	$f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	$x_i = m + \sigma\left(\sum_{j=1}^{12} \xi_{ij} - 6\right)$

5.2.2. Моделювання випадкових подій

Моделювання випадкових подій полягає у відтворенні факту появи чи непояви випадкової події відповідно до заданої ймовірності. Моделювання повної групи несумісних подій $A_1, A_2, \ldots, A_n$, імовірності котрих $P(A_i) = p_i$, $i = 1, \ldots, n$ відомі, можна привести до моделювання дискретної випадкової величини Y, яка має закон розподілу $P(y_i) = p_i$, де ймовірність її можливих значень

$$P(y_i) = P(A_i) = p_i.$$

Тобто прийняття дискретною випадковою величиною Y можливого значення y_i еквівалентне появі події A_i. Для практичної реалізації даного способу спочатку на одиничному відрізку числової осі відкладають інтервали $\Delta i = p_i$.

Генерують рівномірно розподілену на інтервалі (0; 1) випадкову величину, реалізацією котрої є випадкове число ξ_j, і перевіряють умову:

$$\sum_{i=1}^{k-1} p_i \le \xi_j < \sum_{i=1}^{k} p_i\,, \qquad \textbf{(5.7)}$$

При виконанні умови (5.7) вважають, що за цього випробування відбулася подія A_k.

Приклад. Імовірність появи події A у кожному випробуванні дорівнює $P(A) = 0{,}75$. Необхідно змоделювати три випробування і визначити послідовність реалізації події A.

Розв'язання. Відкладемо на одиничному відрізку числової осі точку $E = 0{,}75$ і вважатимемо, що коли випадкове число $\xi_i < E$, то у випробуванні настала подія A. У протилежному випадку (при $\xi_i \ge E$) настала подія не A ($\overline{A}$), тобто подія A не мала місця.

Припустимо, наприклад, що з відповідної таблиці обрані випадкові числа $\xi_1 = 0{,}925$, $\xi_2 = 0{,}135$, $\xi_3 = 0{,}088$. Тоді за трьох випробувань отримаємо таку послідовність реалізації подій: $\overline{A}$, A, A.

Моделювання сумісних (залежних і незалежних) подій можна виконати двома способами.

Перший спосіб. На першому етапі моделювання визначають усі можливі варіанти появи сумісних подій у випробуванні. Знаходять повну групу несумісних подій та обчислюють їх імовірності.

На другому етапі вчиняють так само, як і в моделюванні повної групи несумісних подій.

Приклад. Нехай при випробуванні мають місце залежні й сумісні події A та B, при цьому відомо, що

$P(A) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}5$; $P(AB) = 0{,}3$.

Потрібно змоделювати появу подій A та B у двох випробуваннях.

Розв'язання. У кожному випробуванні можливі чотири несумісних результати, тобто настання чотирьох подій:

1. $C_1 = AB$, $P(C_1) = P(AB) = 0{,}3$.
2. $C_2 = A\overline{B}$, $P(C_2) = P(A\overline{B}) = P(A) - P(BA) = 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}4$.
3. $C_3 = \overline{A}B$, $P(C_3) = P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2$.
4. $C4 = \overline{A}\overline{B}$, $P(C_4) = 1 - [P(C_1) + P(C_2) + P(C_3)] = 1 - (0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}2) = 0{,}1$.

Змоделюймо повну групу подій C_1, C_2, C_3, C_4 у двох випробуваннях (прогонах). Попередньо на одиничному відрізку числової осі (рис. 5.1) послідовно відкладемо інтервали:

$$\Delta_i = P(C_i),\ i = 1,\ldots, 4.$$

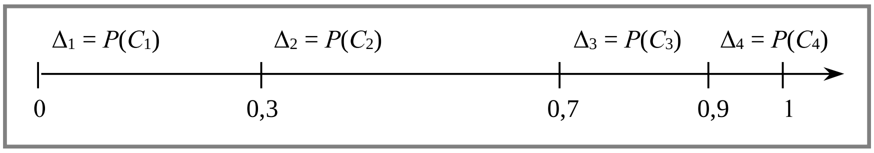

Рис. 5.1. Інтервали $\Delta_i = P(C_i)$

Нехай отримано (взято з відповідної таблиці) випадкові числа $\xi_1 = 0{,}68$ і $\xi_2 = 0{,}95$.

Випадкове число ξ_1 належить до інтервалу Δ_2, тому при першому випробуванні мала місце подія A, а подія B не настала. За другого випробування випадкове число ξ_2 належить до інтервалу Δ_4. Обидві події A та B не мали місця.

Другий спосіб. Моделювання сумісних подій полягає у розігруванні факту появи кожної із сумісних подій окремо, при цьому, якщо події залежні, треба попередньо визначити умовні ймовірності.

Приклад. Використовуючи умови попереднього прикладу, потрібно змоделювати окрему появу подій A та B в одному випробуванні.

Розв'язання. Події A та B є залежними, тому попередньо знаходимо умовні ймовірності $P(B / A)$ та $P(B / \bar{A})$:

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{B} / \mathrm{A}) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0{,}3}{0{,}7} = \frac{3}{7};$$

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{B} / \bar{A}\ ) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}2}{1-0{,}7} = \frac{2}{3}.$$

Для моделювання події A обрано випадкове число ξ_1. Нехай $\xi_1 = 0{,}96$. Оскільки $\xi_1 > P(A)$, то подія A у випробуванні не настала.

Тепер розіграємо подію В за умови, що подія А у випробуванні не мала місця. Нехай випадкове число $\xi_2 = 0{,}22$. Отже $\xi_2 < P(B/\bar{A})$ (0,22<2/3), тобто маємо що подія В за випробування не настала.

5.4. ПОСЛІДОВНІСТЬ СТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ

У процесі створення та машинної реалізації математичних імітаційних моделей здійснюють такі (узагальнені) етапи:

- побудова концептуальної моделі;
- побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлюсистеми;
- створення комп'ютерної програми;
- машинні експерименти з моделлю системи.

5.4.1. Побудова концептуальної моделі

Побудова концептуальної моделі складається з таких кроків:

- постановка задачі моделювання;
- визначення вимог щодо первісної інформації та способів її отримання;
- формування гіпотез і припущень;
- визначення параметрів та змінних моделі;
- обґрунтування вибору показників і критеріїв ефективності системи;
- складання змістовного опису моделі.

У здійсненні постановки задачі моделювання економічних об'єктів і процесів використовується чітке формулювання цілей і задач дослідження реальної системи, обґрунтовується необхідність імітаційного (комп'ютерного) моделювання, обирається методика розв'язування задачі з урахуванням наявних ресурсів, визначаються необхідність і можливість декомпозиції задачі на окремі взаємопов'язані підзадачі тощо.

При зборі необхідної вихідної інформації треба звертати увагу на те, що, власне, від якості вихідної інформації про об'єкт до- слідження і моделювання залежить як адекватність моделі, так і достовірність результатів моделювання.

Гіпотези при побудові моделі системи слугують для заповнення «прогалин» щодо розуміння та формалізації задачі. Припущення дають можливість провести необхідні спрощення моделі на підставі раціональних гіпотез. У процесі роботи з моделлю системи, як правило, можливим є багаторазове повернення до цього етапу залежно від отриманих результатів моделювання і нової інформації (розуміння) про об'єкт.

Під час визначення параметрів і змінних складається перелік вихідних і керуючих змінних, а також зовнішніх (екзогенних) і внутрішніх (ендогенних) параметрів системи.

Обрані показники і критерії ефективності системи повинні відображати мету (цілі) функціонування системи і являти собою функції змінних і параметрів системи.

Розроблення концептуальної моделі завершується складанням змістовного опису, котрий використовується як основний доку- мент, що характеризує результати опрацювання концептуальної постановки задачі (розуміння її всіма суб'єктами, зацікавленими у результатах дослідження).

5.4.2. Побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлю системи

Побудова алгоритму містить такі складові:

- побудова логічної схеми алгоритму;
- формування математичних співвідношень (аналітичних моделей);
- перевірка достовірності алгоритму.

Спочатку, як правило, створюють узагальнену схему моделюючого алгоритму, котра задає загальний порядок (хід) дій в імітаційному моделюванні досліджуваного процесу. Після цього розробляється детальна схема, кожний елемент якої перетворюється в оператор (групу операторів) програми.

Перевірка достовірності алгоритму повинна дати відповідь на запитання, наскільки адекватно і точно він відображає сутність модельованого процесу (у конкретній ситуації) та побудованої концептуальної моделі.

5.4.3. Створення комп'ютерної програми

Розроблення програми для ПК включає такі кроки:

- вибір обчислювальних засобів;
- програмування (чи налаштування відповідних параметрів існуючих програмно-методичних комплексів);
- тестування програмних засобів.

На останньому кроці необхідно, зокрема, оцінити тривалість виконання програми на комп'ютері (витрати часу) для здійснення однієї реалізації (прогону) модельованого процесу, що дасть змогу системному аналітикові правильно сформулювати вимоги що- до точності й достовірності результатів моделювання.

5.4.4. Проведення машинних експериментів з моделлю системи

На цьому етапі провадяться серійні обчислення за допомогою програми. Етап складається з таких кроків:

- планування машинного експерименту;
- проведення робочих обчислень;
- відповідне подання результатів моделювання (у табличній та графічній формах);
- подання рекомендацій щодо оптимізації режиму функціонування реальної системи.

Перед здійсненням робочих обчислень на комп'ютері доречно скласти план проведення експерименту з переліком комбінацій змінних і параметрів, за яких повинно відбутися моделювання системи. Завдання полягає у розробці оптимального плану експерименту, реалізація якого дозволить за порівняно невеликої кіль- кості тестувань моделі отримати достовірні дані про закономірності функціонування реальної системи.

Результати моделювання можуть бути подані у вигляді таблиць, графіків, діаграм, схем тощо.10 Зазвичай найпростішою фор- мою вважаються таблиці, хоча графіки ілюструють результати моделювання економічного об'єкта (системи) у більш наочній формі. Доцільно передбачити інтерактивний режим функціонування комплексу, виведення результатів на екран дисплея та на принтер.

Інтерпретація результатів моделювання має на меті перехід від інформації, отриманої в результаті машинного експерименту з моделлю, до висновків щодо процесу функціонування об'єкта-оригіналу.

5.4. МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН ЯК СИСТЕМОТВІРНА ІМІТАЦІЙНОГО ПРОЦЕСУ МОДЕЛЮВАННЯ

Алгоритмічне (імітаційне) моделювання— це числовий метод до-слідження систем і процесів за допомогою моделюючого алгоритму.

Кожного разу, коли на хід модельованого процесу впливає випадковий чинник, його вплив імітується за допомогою спеціально організованого розіграшу (жеребкування). Таким способом будується випадкова реалізація модельованого явища, яка є одним із результатів дослідження. За результатами окремого досліду, звичайно, не можна робити висновок щодо закономірностей досліджуваного процесу. Але за великої кількості реалізацій середні характеристики (математичне сподівання, мода, медіана), що їх виробляє (генерує) модель, набувають стійких властивостей, котрі посилюються зі зростанням кількості реалізацій (прогонів). Звісно, залишається певний ризик, який характеризується тим, що модель є гомогенною, існує неповнота даних тощо.

Кидання жеребка можна здійснити вручну (вибором із таблиці випадкових чисел), але зручніше це робити за допомогою спеціальних програм, що входять до складу програмного забезпечення комп'ютера. Такі програми називають *датчиками* чи *генераторами випадкових чисел*.

У складі трансляторів майже всіх алгоритмічних мов є стандартні процедури (чи функції), котрі генерують випадкові (точніше, псевдовипадкові) числа, що є реалізаціями послідовності випадкових чисел із рівномірним законом розподілу.

Наприклад, у складі транслятора мови Visual Basic — стандартна функція RND, що видає випадкові дійсні числа одинарної точності в інтервалі (0; 1). Звернення до цієї функції може мати вигляд ξ = RND, де ξ — можливе значення (реалізація) випадкової величини, яка рівномірно розподілена на інтервалі (0; 1).

Моделювання випадкових подій

1. Моделювання простої події

Нехай має місце подія A, імовірність настання котрої дорівнює $P(A)$. Потрібно обрати правило, у багаторазовому використанні якого частота появи події прямувала б до її ймовірності. Оберемо за допомогою датчика випадкових чисел, що мають рівномірний закон розподілу на інтервалі (0;1), деяке число ξ і визначимо ймовірність того, що $\xi < P(A)$. Для випадкового числа ξ, котре є реалізацією випадкової величини з рівномірним законом розподілу на інтервалі (0; 1), справедливою буде така залежність:

$$P\big(\xi < P(A)\big) = \int_0^{P(A)} f(x)dx = P(A).$$

Отже, імовірність потрапляння випадкової величини в інтервал (0; $P(A)$) дорівнює величині $P(A)$. Тому, якщо під час розіграшу число потрапило в цей інтервал, то слід вважати, що відбулася подія A. Протилежна подія ($\bar{A}$) відбудеться з імовірністю (1 – $P(A)$) у тому разі, коли $\xi \geq P(A)$.

Процедура моделювання простої події в імітаційній моделі описується алгоритмом, схема якого подана на рис. 5.2. (ДВЧ(ξ) — датчик випадкових чисел ξ, що відповідають рівномірному закону розподілу на інтервалі (0; 1).)

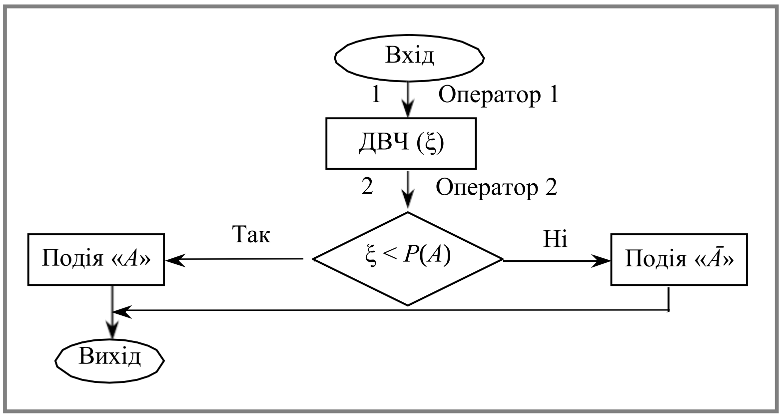

Рис. 5.2. Моделювання простої події

Оператор 1 звертається до датчика випадкових чисел, який генерує випадкове число ξ.

Оператор 2 здійснює перевірку умови $\xi < P(A)$. Якщо вона виконується, вважається, що відбулася подія A. У протилежному випадку вважається, що відбулася протилежна подія (A).

2. Моделювання повної групи несумісних подій

Нехай наявна повна група випадкових несумісних подій (ПГНП) A_1, A_2, …, A_k з імовірностями p_1, p_2, …, p_k. При цьому виконується умова:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1.$$

Поділимо інтервал (0; 1) на k відрізків, довжини яких відповідно дорівнюють p_1, p_2, …, p_k.

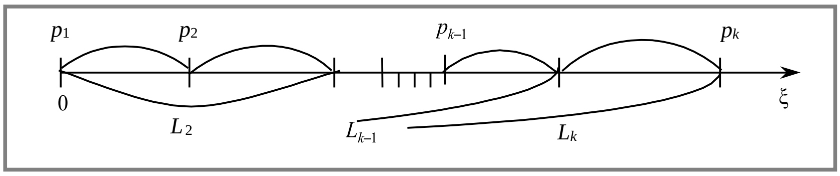

Рис. 5.3. Моделювання повної групи несумісних подій

Якщо випадкова величина ξ, яка генерується датчиком випадкових чисел, що відповідають рівномірному закону розподілу на інтервалі (0; 1), припадає, наприклад, на відрізок p_{k-1}, то це повинно означати, що відбулася подія A_{k-1}.

Справді, якщо позначити $L_j = \sum_{i=1}^{j} p_i$ то виявиться справедливим вираз

$$P(L_{k-2} < \xi L_{k-1}) = \int_{L_{k-2}}^{L_{k-1}} d\xi = p_{k-1}$$

Процедура моделювання повної групи несумісних подій описується алгоритмом, схема якого наведена на рис. 5.4.

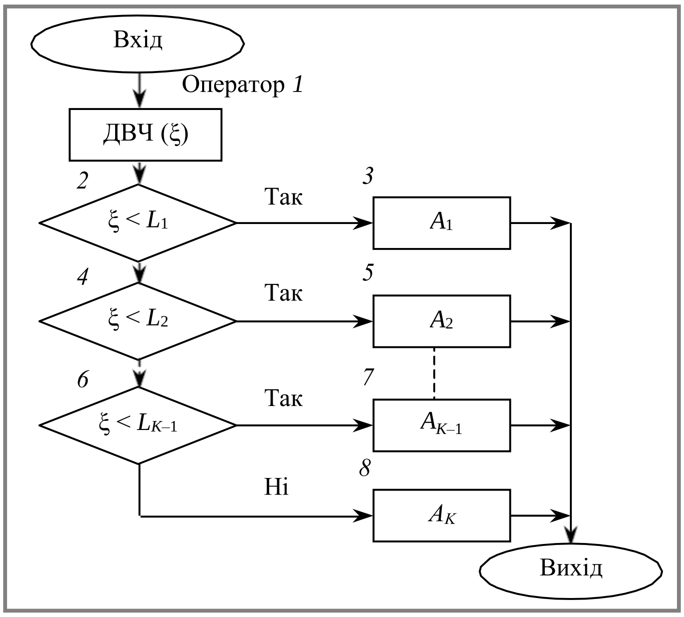

Рис. 5.4. Схема алгоритму моделювання повної групи несумісних подій

Оператор 1 звертається до генератора випадкових чисел, що відповідають рівномірному закону розподілу на інтервалі (0; 1). Оператор 2 перевіряє умову потрапляння випадкової величини ξ в інтервал (0; L_1). Якщо ця умова виконується, то вважається, що відбулася подія A_1. Якщо ця умова не виконується, то алгоритм передбачає перевірку умов потрапляння випадкової величини в інші інтервали.

3. Моделювання дискретної випадкової величини

Розподіл дискретної випадкової величини може бути поданий у вигляді таблиці

x_i	x_1	x_2	…	x_n
p_i	p_1	p_2	…	p_n

Тут p_j — імовірність того, що випадкова величина x набуває значення x_j, $j = 1, \ldots, n$.

Накладається також умова:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1. \qquad (5.8)$$

Поділимо інтервал (0; 1) на n відрізків, довжини котрих дорівнюють заданим імовірностям. Якщо випадкове число ξ, що формується генератором випадкових чисел, котрі відповідають рівномірному закону розподілу на інтервалі (0; 1), потрапляє до інтервалу p_k, то випадкова величина x набуває значення x_k. Отже, під час моделювання дискретної випадкової величини фактично використовується та сама процедура, що й за моделювання повної групи несумісних подій.

4. Моделювання випадкових величин з рівномірним розподілом

Генератор випадкових чисел генерує послідовність реалізацій випадкової величини ξ з рівномірною функцією розподілу на інтервалі (0; 1). Здебільшого треба моделювати випадкові величини з рівномірним розподілом, які набувають значення в інтервалі (a; b).

Припустимо, що

$$\xi = F(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

звідси

$$x = a + \xi(b-a)$$

На практиці використовується дещо модифікований спосіб. Замість меж інтервалу задаються: середнє значення випадкової величини m(ξ) і величина (довжина) інтервалу Δx, у межах якої може набувати свої значення ця випадкова величина (з рівномір- ним законом розподілу). Визначення можливого значення (реалізації) випадкової величини з рівномірним розподілом можна здійснити згідно з виразом:

$$x = m(\xi) + \Delta x(\xi - 0{,}5).$$

5. Моделювання випадкових величин з нормальним законом розподілу

Згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірностей унаслідок додавання досить великої кількості однаково роз- поділених незалежних випадкових величин отримуємо випадкову величину, яка має нормальний закон розподілу.

Як показали дослідження, вже внаслідок складання більш ніж десяти випадкових незалежних величин з рівномірним розподілом в інтервалі (0; 1) отримуємо випадкову величину, котру з точністю, достатньою для більшості практичних задач, можна вважати роз- поділеною згідно з нормальним законом.

Процедура розіграшу нормально розподіленої випадкової величини полягає у такому:

А. Складаємо, наприклад, 12 незалежних випадкових величин, які мають рівномірний закон розподілу та які набувають значення в інтервалі (0; 1), тобто:

$$\nu = \sum_{i=1}^{12} \xi_i.$$

Використовуючи відомі теореми про математичне сподівання суми незалежних випадкових величин з однаковим законом розподілу та дисперсію цієї суми, легко обчислити для випадкової величини ν математичне сподівання $m(\nu)$ та дисперсію $D(\nu)$:

$$m(\nu) = \sum_{i=1}^{12} m(\xi_i) = 12\left(\frac{1}{2}\right) = 6;$$

$$D(\nu) = \sum_{i=1}^{12} D(\xi_i) = 12\left(\frac{1}{12}\right) = 1;$$

$$\sigma(\nu) = \sqrt{D(\nu)} = 1.$$

Б. Нормуємо та центруємо випадкову величину ν, тобто перейдемо до випадкової величини η, яка має нульове математичне сподівання та середньоквадратичне відхилення $\sigma(\eta) = 1$.

$$\eta = \frac{[\nu - m(\nu)]}{\sigma(\nu)} = \nu - 6.$$

Від нормованої та центрованої випадкової величини η можна перейти до випадкової величини y із заданими параметрами $m(y)$ і $\sigma(y)$ згідно з таким виразом:

$$y = m(y) + \eta\sigma(y).$$

5.5. ПРИКЛАДИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Будівництво підприємства

Підприємець збирається вкласти кошти в будівництво нового підприємства, котре випускатиме певну продукцію, що користується попитом на ринку. Аналогічну продукцію випускають і інші фірми, тому доведеться діяти в умовах конкуренції.

Існує можливість приблизно оцінити майбутні експлуатаційні витрати з випуску продукції, тобто вважати відомими математичне сподівання (чи середнє значення) і середньоквадратичне відхилення очікуваних витрат. Можна також припустити гіпотезу, за якою ви-
трати матимуть нормальний закон розподілу із заданими параметрами.

Припускається, що місткість ринку (випадкова величина) має, наприклад, нормальний закон розподілу (з відомими параметрами— математичним сподіванням і середньоквадратичним відхиленням).

Гірші справи — стосовно до інформації для визначення характеристик тієї частки ринку, котру може зайняти це підприємство після введення його в експлуатацію. Припустимо, що єдине, що вдасться передбачити, — це середня величина частки цього ринку. Вид розподілу здебільшого невідомий, і немає достатніх підстав для того, щоб вважати розподіл нормальним.

У цьому випадку доречно використати розподіли з іншого їх класу (наприклад, рівномірний чи інтервально-рівномірний). Доцільно розглянути кілька варіантів розподілу та проаналізувати реакцію моделі на зміни як обраних функцій розподілу, так і їхніх параметрів.

За показник ефективності роботи підприємства доречно обрати, зокрема, прибуток від14 реалізації продукції, знаходячи максимум гарантованого прибутку за заданого ступеня одного з кількісних показників ризику. Якщо для цього є підстави, то береться гіпотеза, що випадкова величина прибутку має нормальний закон розподілу.

Отже, сформуємо *концептуальну модель*, яка враховує таке:

1. Випуск продукції пов'язаний з експлуатаційними витратами (випадкова величина *Rrach*), котрі мають (за гіпотезою) нормальний закон розподілу із заданими параметрами: математичним сподіванням витрат (*mrach*) і середньоквадратичним відхиленням витрат (σ*rach*);

2. Місткість ринку, де має реалізуватись продукція підприємства, також є випадковою величиною (*Rryn*), яка має (за припущенням) нормальний закон розподілу із заданими параметрами: математичним сподіванням місткості ринку (*mryn*) і середньоквадратичним відхиленням місткості ринку (σ*ryn*);

3. Частка підприємства на ринку є невизначеною і може бути задана деякою випадковою величиною з певною функцією розподілу (наприклад інтервально-рівномірною функцією);

4. Вважатимемо, що прибуток підприємства є випадковою величиною (*Rprof*), котра визначається з виразу:

$$Rprof = Rryn \cdot dryn - Rrach\ , \tag{5.9}$$

де *Rprof* — випадкова величина прибутку підприємства; *Rryn* —випадкова величина місткості ринку; *dryn* — випадкова величина частки ринку підприємства; *Rrach* — випадкова величина експлуатаційних витрат підприємства.

Результуючими характеристиками моделі вважатимемо:

• суму значень R^i_{prof} випадкової величини *Rprof* для *Np* реалізацій (імітаційних прогонів):

$$S_{prof} = \sum_{i=1}^{N_p} (R^i_{prof}). \tag{5.10}$$

• суму квадратів значень випадкової величини прибутку для *Np* реалізацій (імітаційних прогонів):

$$S^2_{prof} = \sum_{i=1}^{N_p} (R^i_{prof})^2. \tag{5.11}$$

Показником ефективності функціонування підприємства оберемо гарантований прибуток за заданого рівня ризику, який визначатимемо за формулою:

де *Gprof* — гарантований обсяг прибутку згідно із заданим значенням показника ризику α; *mprof* — оцінка математичного сподівання прибутку

$$m_{prof} = \frac{S_{prof}}{N_p};$$

σ*prof* — оцінка середньоквадратичного відхилення прибутку:

$$\sigma_{prof} = \sqrt{\frac{1}{N_p - 1}} (S^2_{prof} - N_p m^2_{prof}); \tag{5.12}$$

*k*α — квантиль нормального закону розподілу відповідно до заданого значення компоненти (α) вектора ризику, наприклад, якщо α = 0,1, то *k*α = 1,28 (визначається за таблицями щільності нормального закону розподілу).

Вплив кожного з урахованих чинників імітується за допомогою спеціально організованого жеребкування (розігрування). Таким чином будується одна випадкова реалізація модельованого явища, котра являє собою один результат дослідження (один прогон). За великої кількості реалізацій досліджень (прогонів) середні характеристики (математичне сподівання, мода, медіана), що їх виробляє (генерує) модель, набувають стійких властивостей.

Для моделювання неперервних і дискретних випадкових величин *x* з відомими функціями розподілу можна використати генератор випадкових чисел, що генерує випадкове число ξ, а після цього, здійснюючи обчислення за відповідними формулами, отримати реалізацію *x* випадкової величини *x*.

Наприклад, моделювання випадкової величини з довільним розподілом можна здійснити за такою схемою. Нехай є підстави подати (наближено) функцію розподілу випадкової величини *x*, яка задана на відрізку [a0, an], інтервально-постійною функцією щільності розподілу $f(x)$. Це означає,15 що відрізок розподіляється на n часткових відрізків так, щоб імовірність розподілу на кожному з них була (наближено) однаковою (рис. 5.5).

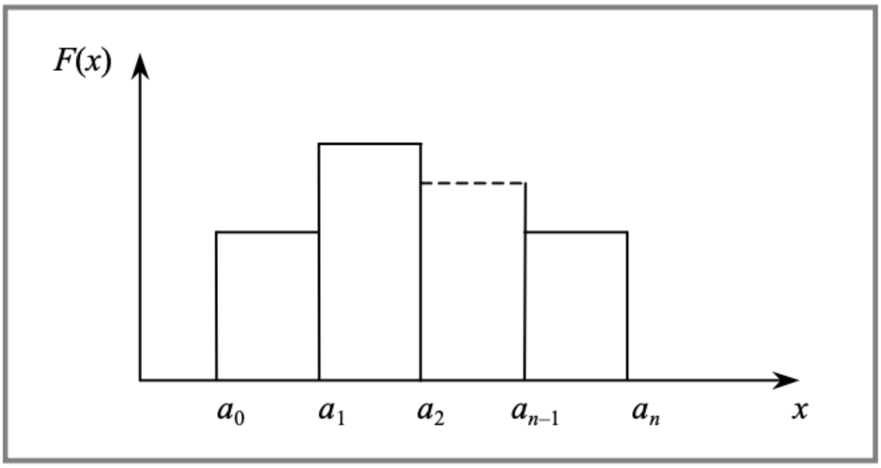

Рис. 5.5. Наближена інтервально-постійна функція щільності розподілу випадкової величини з довільним розподілом

Доцільно обрати величини ak, k = 0, 1, …, n так, щоб імовірності (Pk) потрапляння випадкової величини в будь-який частковий відрізок були однаковими, тобто:

$$\int_{a_{k-1}}^{a_k} f(x)dx = \frac{1}{n}, k = 1, \dots, n. \qquad (5.13)$$

З умови, що $f(x)$ = const = ck на кожному частковому інтервалі, випливає, що випадкова величина X може бути визначена за формулою:

$$x_k = a_{k-1} + \xi(a_k - a_{k-1}),\ k = 1, \dots, n, \qquad (5.14)$$

де x — реалізація випадкової величини, рівномірно розподіленої на інтервалі (0; 1); ak–1 — ліва межа часткового відрізка; ak — права межа часткового відрізка. Потрапляння у будь-який частковий інтервал можна розглядати як подію, що входить до складу повної групи несумісних подій. Тому процедура моделювання у загальному випадку полягає у такому:

1. За допомогою генератора випадкових чисел (ГВЧ), що виробляє величину ξ, моделюємо дискретну випадкову величину — номер інтервалу k.
2. Повторно розігруємо випадкову величину ξ і визначаємо значення (реалізацію) випадкової величини X за формулою (5.14).

Блок-схема алгоритму показана на рис. 5.6.

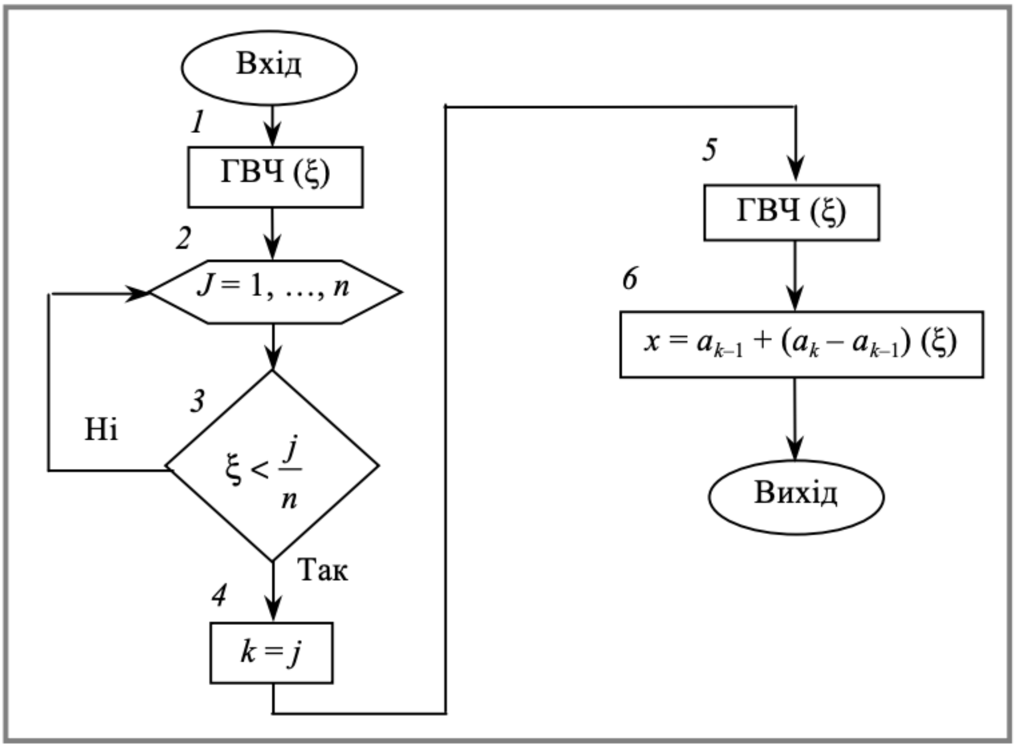

Рис. 5.6. Блок-схема алгоритму моделювання випадкової величини, яка має довільну функцію розподілу

96

Узагальнений алгоритм моделі

Загальний вигляд (макет) стартової форми (як зразок) наведено на рис. 5.7.

Уведення вихідних даних для подальших обчислень

Параметри	Середні значення	Середньоквадратичні відхилення
Експлуатаційні витрати	m_{rach}	σ_{rach}
Місткість ринку	m_{ryn}	σ_{ryn}

Кількість прогонів (випадкових реалізацій)	Кількість точок на графіку
N_p	$n + 1$

Координати точок

Номер точки (координата)	1	2	3	…	$n + 1$
Координата	a_0	a_1	a_2	…	a_n

Результати моделювання

Середній прибуток	Середньоквадратичне відхилення	Гарантований прибуток за заданого ризику
m_{prof}	σ_{prof}	G_{prof}

Рис. 5.7. Макет стартової форми

У макет включені такі об’єкти управління: кілька міток із назвами об’єктів; поля для коригування вихідних даних, а також поля для виводу результатів моделювання.

Узагальнена схема алгоритму обчислення величини *Gprof* наведена на рис. 5.8.

Подамо сутність операторів узагальненої схеми, наведеної на рис. 5.8.

Оператор 1 здійснює введення вхідних даних та всіх необхідних параметрів.

Оператор 2 є початком циклу прогонів випадкових реалізацій. Цикл завершується, коли $I = Np$.

Оператор 3 звертається до процедури, що генерує можливе значення нормованих (нормалізованих) і центрованих випадкових величин, які розподілені згідно з нормальним законом розподілу.

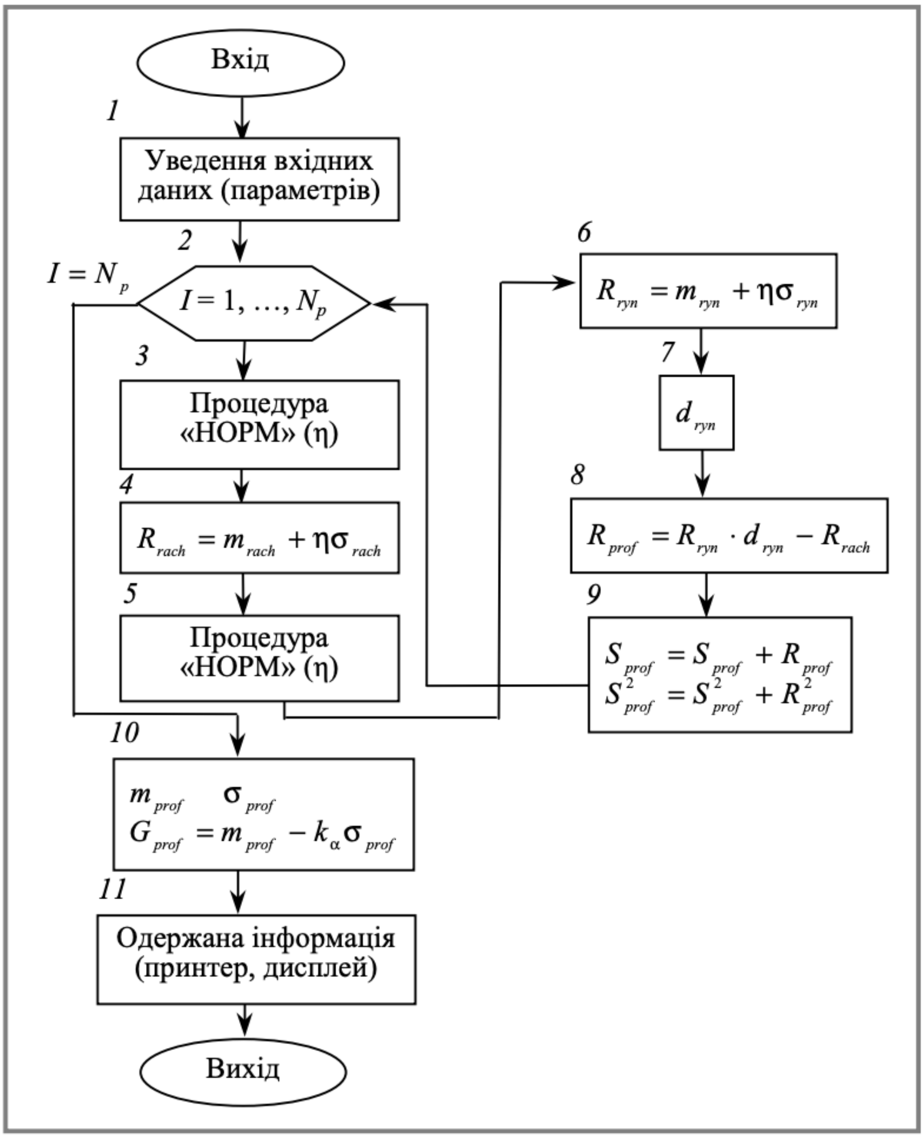

Рис. 5.8. Узагальнений алгоритм обчислення величини *Gprof*

Оператор 4 обчислює випадкове значення експлуатаційних витрат.

Оператори 5 і 6 аналогічно попередньому визначають випадкову величину місткості ринку.

Оператор 7 звертається до процедури, котра визначає реалізацію випадкового значення частки підприємства на ринку. Ця випадкова величина генерується, зокрема, згідно з описаною вище процедурою моделювання випадкових величин з довільним розподілом.

Оператор 8 визначає за формулою (5.9) обсяг випадкового значення величини прибутку для однієї реалізації модельованого процесу.

В операторі 9 здійснюється накопичення суми прибутків і су- ми квадратів прибутків для всіх прогонів і відповідних реалізацій цих випадкових величин (формули (5.10), (5.11)). Після завершення випадкових реалізацій оператор 10 здійснює за наведеними вище формулами обчислення величин *mprof, σprof, Gprof* .

Оператор 11 виводить результати моделювання на монітор (чи на принтер).

Числовий приклад

Нехай відомі такі дані:

mrach — середнє значення експлуатаційних витрат (у грн): *mrach* = 11 000;

σrach — середньоквадратичне відхилення експлуатаційних витрат: *σrach* = 11 000;

mryn— середнє значення місткості ринку: *mryn* = 2 780 000;

σryn — середньоквадратичне відхилення місткості ринку: *σryn* =250 000;

Np — кількість випадкових реалізацій: *Np* = 1000.

Змінюваними параметрами вважатимемо параметри закону розподілу частки підприємства на ринку. *Розгляньмо три варіанти розподілу.*

Для першого варіанта припустимо, що кількість граничних точок $n = 2$ (діапазон зміни цієї випадкової величини складається з однієї ділянки). Закон розподілу є рівномірним. Нехай середнє значення частки ринку дорівнює 0,1. Оберемо такі значення координат граничних точок: $a0$ = 0,099; $a1$ = 0,101. Отже, для першого варіанта ступінь невизначеності досить невеликий. Частка підприємства на ринку практично постійна (становить 10 % його загальної місткості).

Для другого варіанта припустимо, що кількість граничних точок становить: $n = 6$ (діапазон складається з п’яти ділянок). Нехай маємо те саме середнє значення (0,1). Граничні точки розташовані симетрично відносно середнього значення. Оберемо такі значення їхніх координат:

$a0$ = 0,035; $a1$ = 0,075; $a2$ = 0,095; $a3$ = 0,105; $a4$ = 0,125; $a5$ = 0,165.

Імовірності розподілу на окремих ділянках визначатимемо за умови, що всі вони однакові й дорівнюють $\frac{1}{n-1}$. Тоді легко знайти відповідні значення щільності розподілу на кожній із п’яти ділянок:

$$f1 = 5;\ f2 = 10;\ f3 = 20;\ f4 = 10;\ f5 = 5.$$

Вид розподілу подано на рис. 5.9.

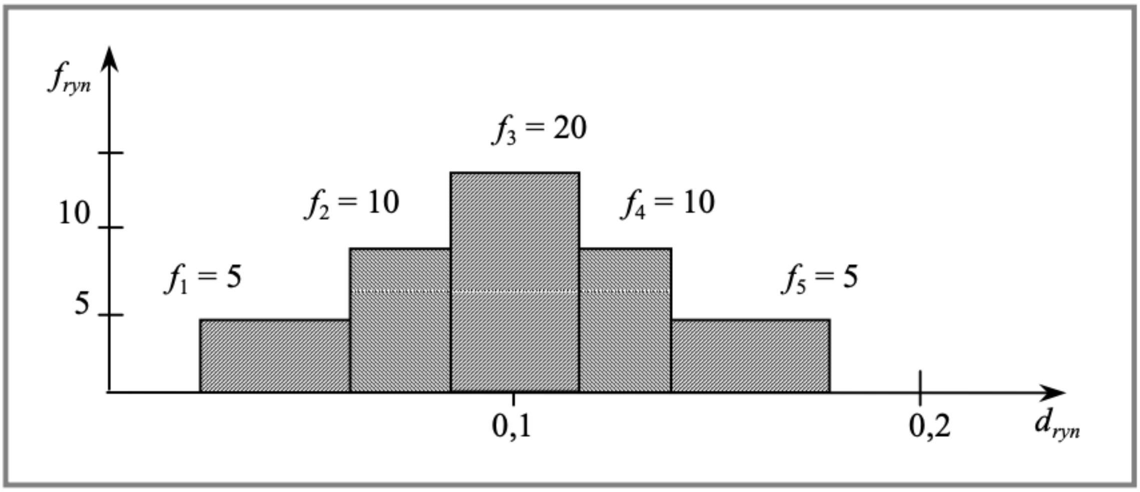

Рис. 5.9. Інтервально-рівномірний закон розподілу частки на ринку (другий варіант)

Отже, для другого варіанта частка підприємства на ринку характеризується значним ступенем невизначеності й зумовленого цим ризику. Випадкова величина цієї частки нерівномірно розподілена в діапазоні від 0,035 до 0,165.

Для третього варіанта відомо, що кількість граничних точок n дорівнює шести (діапазон складається з п’яти ділянок). Середнє значення (математичне сподівання) цієї випадкової величини нехай, як і в попередніх варіантах, становить 0,1. Граничні точки розташовані асиметрично відносно математичного сподівання.

Відомі такі значення їхніх координат:

$$a_0 = 0{,}035;\ a_1 = 0{,}075;\ a_2 = 0{,}095;\ a_3 = 0{,}105;\ a_4 = 0{,}155;\ a_5 = 0{,}255.$$

Щільності розподілу на кожній із п’яти ділянок становлять відповідно:

$$f1 = 5;\ f2 = 10;\ f3 = 20;\ f4 = 4;\ f5 = 2.$$

Дані щодо цих трьох варіантів стосовно частки підприємства на ринку можна подати таблицею (табл. 5.2).

Таблиця 5.2

ПАРАМЕТРИ ЧАСТКОВО-РІВНОМІРНИХ РОЗПОДІЛІВ

Номер варіанта	Кількість точок	Координати точок (межі ділянок)					
		1	2	3	4	5	6
1	2	0,099	0,101	-	-	-	-
2	6	0,035	0,075	0,095	0,105	0,125	0,165
3	6	0,035	0,075	0,095	0,105	0,125	0,255

Результати моделювання подані в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3

РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

Номер варіанта	m_{prof}	σ_{prof}	G_{prof}
1	164,6	27,2	129,8
2	165,2	90,8	49,0
3	205,1	150,9	11,9

Аналіз даних табл. 5.3 показує, що зі збільшенням невизначеності та зумовленого цим ступеня ризику щодо частки підприємства на ринку гарантований прибуток зменшується через більший розкид (варіацію) випадкової величини прибутку. Якщо відсутня додаткова інформація, то кращим є перший варіант. Можливі й інші стратегії прийняття рішення в умовах ризику.

Тестові завдання до теми №5

1. Випадкові величини розподілені за геометричним законом розподілу можна отримати з ймовірностями:

A. $p(x=m)=\frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$;

B. $p(x=m)=p(1-p)^m$;

C. $f_\eta(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(\frac{(x-m)^2}{\sigma^2})}$;

D. $p(x)=\sum_{i=1}^{n}p_i\lambda_i e^{-\lambda_i x}$.

2. Правило „трьох сигм” записується за допомогою виразу:

A. $m \geq 3\sigma + r_s$;

B. $m \leq 3\sigma + r_s$;

C. $m \geq 3\sigma - r_s$;

D. $m = 3\sigma - r_s$;

3. Стандартною похибкою оцінки за рівнянням регресії є:

A. непояснена дисперсія;

B. пояснена дисперсія;

C. загальна дисперсія.

4. Математичне сподівання випадкової величини вимірюється у:

A. одиницях виміру випадкової величини;

B. квадраті одиниці виміру випадкової величини;

C. немає одиниць виміру;

D. у гривнях.

5. Вкажіть формулу знаходження випадкової величини, розподіленої за геометричним законом за допомогою спеціального методу моделювання:

A. $\xi = n \mid \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad x_i = \begin{cases} 1, & \alpha_i < p; \\ 0, & \alpha_i \geq p \end{cases};$

B. $\xi = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{12}}};$

C. $\xi = \left[\frac{ln\, a}{ln(1-p)}\right];$

D. $\xi = n \mid \prod_{k=0}^{n} \alpha_k < e^{-\lambda}.$

6. Приведіть спосіб моделювання нормального закону за методом сумування:

A. $\xi = \left[\frac{ln\, a}{ln(1-p)}\right];$

B. $\xi = n \Big| \prod_{k=0}^{n} \alpha_k < e^{-\lambda};$

C. $\xi = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{12}}};$

D. $\xi = -\frac{1}{\lambda} ln\, a.$

7. Дисперсія випадкової величини вимірюється у:

A. одиницях виміру випадкової величини;
B. квадраті одиниці виміру випадкової величини;
C. немає одиниць виміру;
D. у гривнях.

8. Назвіть основний метод імітаційного моделювання:

A. метод найменших квадратів;
B. машинне моделювання;
C. метод економіко-математичного моделювання;
D. градієнтний метод.

9. Коефіцієнт варіації випадкової величини вимірюється у:

A. одиницях виміру випадкової величини;
B. квадраті одиниці виміру випадкової величини;
C. не має одиниць виміру;
D. у гривнях.

10. Випадкові величини розподілені за геометричним законом розподілу можна отримати з ймовірностями:

A. $p(x = m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!};$

B. $p(x = m) = p(1-p)^m;$

C. $f_\eta(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{(x-m)^2}{\sigma^2})};$

D. $p(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i \lambda_i e^{-\lambda_i x}.$

11. Середньоквадратичне відхилення випадкової величини вимірюється у:

A. одиницях виміру випадкової величини;
B. квадраті одиниці виміру випадкової величини;
C. немає одиниць виміру;
D. у гривнях.

12. Запишіть функцію густини розподілу показникового закону розподілу:
A. $p(x = m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$;
B. $p(x = m) = p(1 - p)^m$;
C. $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$;
D. $p(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i \lambda_i e^{-\lambda_i x}$.

13. Темп зростання позначається буквою:
A. λ;
B. μ;
C. ν;
D. α;
д)ρ.

14. Одне відтворення можливого етапу в методі Монте-Карло називають:
A. прогоном;
B. перегоном;
C. загоном;
D. обгоном

15. У чому полягає перевірка адекватності моделі?
A. відповідності моделі до об'єкта
B. Перевірки основних параметрів об'єкта.
C. В аналізі домірності моделі із системою, а також рівнозначності системі.
D. Перевірці моделей елементів

16. Основна ідея імітаційного моделювання ґрунтується на методах:
A. Статичних випробувань
B. Динамічних випробувань
C. Стохастичних випробувань
D. Всі відповіді правильні.

17. Алгоритмічні моделі ще називають:
A. схемними моделями;
B. імітаційними моделями;
C. комплексними моделями;
D. оптимізаційними моделями.

18. Сутністю закону великих чисел є:
A. відбір найбільших значень аргументів задачі;
B. отримання максимального числа можливих розв’язків;
C. дослідження максимальних значень цільової функції;
D. стійкість середніх значень великого масиву випадкових величин.

19. Який з етапів відсутній при імітаційному моделюванні?
A. побудова концептуальної моделі;
B. побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлю;
C. теоретичне обґрунтування створеного алгоритму;
D. створення комп’ютерної програми.

20. Спосіб дослідження невизначених (стохастичних) економічних об'єктів і процесів, коли не повністю (до певної міри) відомими є внутрішні взаємодії в цих системах – це …
A. метод статистичного моделювання;
B. метод економіко-математичного моделювання;
C. метод кореляційно-регресійного аналізу;
D. метод математичного моделювання.

21. Теоретичною основою методу статистичного моделювання є …
A. закон малих чисел;
B. закон сумісних подій;
C. закон випадкових величин;
D. закон великих чисел.

22. Числовий метод дослідження систем і процесів за допомогою моделюючого алгоритму–це ...
A. імітаційне моделювання;
B. економіко-математичне моделювання;
C. рейтингове моделювання;
D. макроекономічне моделювання.

23. Побудова концептуальної моделі складається з ….
A. двох етапів;
B. чотирьох кроків;
C. трьох етапів;
D. шести кроків.