

**Тема № 1. Місце і роль економічних методів у економічних дослідженнях**

**Міжпредметні зв'язки:** Зв'язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як „Дослідження операцій”, „Економіко-математичні методи та моделі” та „Оптимізаційні методи та моделі”.

**Мета лекції:** познайомити з поняттям моделі, моделювання. Визначити місце ЕММ в економічній науці та особливостями застосування методів моделювання.

**Ключові поняття та терміни**

- економіко-математична модель
- лінійне програмування
- математичне програмування
- модель
- невідома (керована) змінна
- нелінійне програмування
- обмеження моделі
- оптимізаційна модель
- область допустимих розв'язків
- цільова функція моделі

**План лекції**

1. Математичне моделювання в економіці
2. Поняття моделі і моделювання. Суть процесу моделювання.
3. Місце та роль економічних методів у економічних дослідженнях
4. Математичне моделювання. Класифікація ЕММ
5. Етапи ЕММ.
6. Особливості застосування методів моделювання.
7. Класифікація розділів математичного програмування за типом функцій і обмежень оптимізаційних задач
8. Місце ЕММ в економічній науці

**Інформаційні джерела:**

Основна та допоміжна література:

1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц./ В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К.: КНЕУ, 2005. – 306 с.
2. Вовк В.М. Оптимізаційні моделі економіки : навч. посібник / В.М. Вовк, Л.М. Зомчак. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 318 с.
3. Дацко М. В. Дослідження операцій в економіці: навч. посіб. / М. В. Дацко, М. М. Карбовник. – Л. : ПАІС, 2009. – 288 с.
4. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ “Економічна думка”, 2008. – 704 с.

**Навчальне обладнання:** ТЗН, презентація тощо: ноутбук, проектор, мультимедійна презентація.

### 1.1. Математичне моделювання в економіці

*Економіко-математичні методи* – умовна назва комплексу наукових напрямів у дослідженні економічних процесів методами математики та кібернетики.

Математичні методи застосовують до різних галузей людської діяльності з моменту їхнього започаткування, передусім, з метою різноманітних господарських обчислень. В економіці використання математичних методів має багате минуле, хоча науковий напрям, пов'язаний із застосуванням математичних методів і обчислювальної техніки в економіці, швидкими темпами почав розвиватися лише наприкінці 50-х років.

Досвід застосування математичних методів дає відповіді на важливі методологічні запитання економічної науки, допомагає оцінити їх ефективність і перспективи використання. Безліч результатів застосування математичних методів з далекого минулого актуальні й сьогодні.

Найважливішим у використанні математики в економіці є не виконання арифметичних розрахунків, а математичне моделювання економічного явища, ситуації чи процесу з метою вивчення того чи іншого аспекту у його розвитку.

Чималі проблеми у використанні економіко-математичних методів виникають під час їхнього впровадження у систему планування та керування, в інформаційному забезпеченні, у можливості врахування динаміки економічних процесів.

Під *математичним моделюванням* економічних процесів розуміють побудову математичних моделей в економіці, виконання експериментів за цими моделями, вивчення області їхнього застосування. Цей процес передбачає побудову абстракцій, формування аналогій і конструювання наукових гіпотез. Математичне моделювання є методом наукового пізнання, характерною особливістю якого є дослідження об'єкта-оригіналу через вивчення об'єкта-замінника (тобто моделі об'єкта-оригіналу). Ця особливість математичного моделювання визначає специфічні форми застосування абстракцій, аналогій та формулювання гіпотез і теорій.

*Процес моделювання* включає три елементи:

- 1) суб'єкт (дослідник);
- 2) об'єкт дослідження;
- 3) модель як опосередковане відношення суб'єкта та об'єкта.

Причиною застосування методу математичного моделювання у дослідженні об'єктів, явищ і процесів є те, що безпосередньо їх вивчити неможливо або неефективно. У тих випадках, коли математична модель досить адекватно відображає проблемну ситуацію, вона стає надзвичайно важливим інструментом дослідження. Математична модель доступна для виконання експерименту, досить зручна в аналізі зв'язків, результатів взаємодії параметрів і змінних, її можна точно оцінити. Причини похибок при її використанні також піддаються оцінюванню.

Реальні економічні процеси відбуваються на досить тривалому проміжку часу. Вони можуть тривати доволі довго. У них беруть участь різні види ресурсів і їх зазвичай неможливо відтворити у цілковито ідентичних умовах. Експерименти над такими процесами дуже дорогі або просто неможливі. У математичних моделях за допомогою формул, рівнянь, нерівностей, якщо вони з достатньою повнотою відображають модельований процес, можна проаналізувати взаємодією змінних, параметрів – власне, економічних величин. Ці моделі дають змогу виконати різноманітні експерименти. Доцільність використання математичних моделей значною мірою визначають

рівновагою між її адекватністю і простотою, тому процес складання моделі є одним зі<sup>4</sup> значних, відповідальних і творчих моментів дослідження економічних процесів.

Оскільки можливості числових методів реалізації економіко-математичних моделей досить обмежені, а також обмеженими є можливості засобів обчислення, виникає необхідність спрощення моделей.

Тому на початку процесу дослідження важливо з'ясувати можливості математичних методів і обчислювальної техніки. Спрощувати модель необхідно і тоді, коли є потреба зменшення витрат на моделювання і одержання необхідної інформації. Однак, коли спрощення моделі зумовлює відхід від реальної дійсності та від цілі моделювання, то це зазвичай зменшує її цінність і може спричинити до помилок в одержанні результатів дослідження і висновків, зроблених щодо них. Отже, в процесі моделювання необхідно знаходити компромісні відповіді на такі питання.

Перевага моделі полягає у тому, що соціально-економічні системи дуже високого рівня складності можна замінити у процесі дослідження відносно простими, але доступними для аналізу та обчислень моделями, причому ті характеристики системи, які цікавлять дослідника, можуть бути відображені у моделі навіть більш рельєфно та чітко, без ураховання незначних деталей та випадкових чинників.

Визначимо ще один бік проблеми моделювання економічних процесів. Кожний економічний процес залежить від чинника часу. Врахування динаміки процесу значно ускладнює економіко-математичну модель та ускладнює реалізацію модельного експерименту. Тому таку *динамічну модель* часто зображають як багатокрокову задачу, розв'язок якої на кожному наступному кроці залежить від інформації, отриманої на попередньому. У *статичних* моделях, у яких не враховано чинник часу, розв'язок одномоментний. Він дає відповідь на поставлення в задачі питання для фіксованого моменту часу.

Економічна система є імовірнісною системою, тобто явищам і процесам, які відбуваються в ній, властивий імовірнісний характер. *Стохастичні* моделі, які враховують це, значно важче реалізувати, ніж *детерміновані* моделі. Тому часто, якщо це можливо, імовірнісним характером системи нехтують. Значення параметрів приймають за достовірні.

## **1.2. Поняття модель і моделювання. Суть процесу моделювання. Предмет, об'єкт, завдання та методологічні засади моделювання економіки.**

В широкому розумінні моделювання - це метод пізнання (дослідження), що включає в себе побудову моделі, її подальший аналіз та інтерпретацію отриманих результатів. В вузькому розумінні - це лише метод складання моделі, а іноді навіть - лише її аналізу.

Під моделюванням розуміють об'єкт будь - якої природи, який в процесі дослідження так заміщає об'єкт - оригінал. Побудова, вивчення і застосування моделі - процес моделювання. Ґрунтується на здатності людини аналізувати, виділяти шляхом абстрагування основні риси, характеристики, ознаки досліджуваного об'єкту..

Економіко-математичне моделювання є особливим шляхом дослідження об'єкта, при якому виконується опис об'єкта мовою математики і проводиться дослідження саме цього опису - економіко-математичної моделі - методами математики, тобто шляхом застосування певних математичних перетворень до математичної моделі реального об'єкта.

Об'єктом економіко-математичного моделювання є економічні системи. 5

Такий підхід до дослідження економічних об'єктів є досить універсальним в силу абстрактності мови математики. Універсальність дослідження реальних економічних систем за допомогою математичних моделей пов'язана, в першу чергу, з обмеженістю кількості видів базових математичних структур, що виникають при цьому як математичні моделі. Ця можливість багаторазового застосування одного й того ж самого математичного поняття до аналізу найрізноманітніших економічних задач робить надзвичайно цінним його абстрактне трактування.

Можливість застосування методу моделювання є надзвичайно важливою при дослідженні складних економічних об'єктів, оскільки безпосереднє дослідження реальних об'єктів часто неможливе, або вимагає багато часу та зусиль. Тут моделювання може дати результати, які неможливо отримати іншими засобами дослідження.

### Причини необхідності застосування ЕММ:

1. Є явища, об'єкти, процеси безпосереднє вивчення яких є неможливим.
2. Безпосереднє вивчення досліджуваних об'єктів пов'язане із великими затратами.

Суть моделювання можна відобразити наступною схемою:



1-й етап – побудова моделі, яка відображає деякі найбільш важливі риси об'єкту.

2-й етап – основним методом вивчення моделі є модельні експерименти.

3-й етап – є ефективним, тільки коли ММ відображає об'єкт – оригінал.

4-й етап – практична перевірка знань і використання для створення теорії.

Циклічність дає можливість для вдосконалення.

### 1.3. Місце та роль економічних методів у економічних дослідженнях

#### Перші моделі:

- Вільям Петті (1623-1687) – «Політична арифметика» - засновник політичної економії.

- Адам Сміт «Багатство народів» (1776) – побудував певні математичні моделі, які замінюють досліджуваний об'єкт і дозволяють застосовувати математичні підходи.

- Франсуа Кене - перша у світі модель народного господарства (1697 - 1774) «Економічна таблиця». Показав, що процес суспільного виробництва має відбуватися

лише при дотримуванні певних пропорцій. Співвідношення основних і обігових фондів 1:5.

Послідовники: В.С.Німчинов А.Філіс, Д.Вернар.

Кене розглядав процес простого відтворення, а його послідовники – розширеного.

### **Математичне моделювання в економічній науці XIX – XX століття.**

Виділяють три напрямки:

- Математична школа в політекономії,
- Статистичний напрямок
- Економетрика.
- Математична школа в політекономії виникла наприкінці першої третини

XIX століття. Основоположник Огюст Курно (1801-1877) – «Дослідження математичних принципів теорії багатства» - систематично викладені положення.

Послідовники: Вальрас, Парета, Еджворт, Слуцький – поставили за мету дослідити більше економічні проблеми за даними математики. Положення економічної теорії можуть бути підтверджені лише математично, інші висновки гіпотези. Розробили теорію збалансованості народного господарства, залежності попиту від ціни й доходів: основою досліджень виступили такі поняття як криві байдужості та ядро економічної системи Еддворта, принцип багатоцільового оптимуму Парета, принцип загальної економічної рівноваги Вальраса. На той час не знайшли широкої підтримки, роботи занадто математизовані.

- Основні завдання – вивчення економічних циклів, прогнозування господарської кон'юнктури. Зауважили циклічність економіки. На протигагу математичній школі політекономії не відкидали фактів і не визнавали сліпо теорій і принципів. Основний лозунг «Вимірювання породжує теорію».

Представники: Пірсон, Персон. Досягнення: побудова гарвардського барометра. Суть дії: становив сукупність трьох кривих, кА – фондовий ринок, кВ – товарний ринок, кС – валютний ринок. Мають однакові коливання: кА випереджує кВ на 8 місяців, а В випереджує С на 4 місяці. Діяв справно, але у 1929 році не передбачив краху Нью-Йоркської біржі, бо не передбачав різких змін кон'юнктури. Це призвело до занепаду даного напрямку.

Внесок: розробили класичні підходи до статистичних досліджень, розвинули апарат оцінки гіпотез.

- Економетрика – ввів у науковий обіг норвезький економіст Фріш (1895-1933). Синтез економічної теорії, математики і статистики. Відбив прагнення об'єднати праці попередників. 1931 – перша асоціація економетристів. З часом відбулося розширювання:

- Напрямок пов'язаний з економічною теорією
- Напрямок, що стосувався абстрактних економічних понять
- Напрямок, що базувався на статистичних дослідженнях

У широкому розумінні, економетрика – це метод проведення економічних досліджень із застосуванням математичних і статистичних підходів. У вузькому – дослідження у яких застосовуються статистичні апарати. Лауреати Нобелівської премії: Фріш, Самуельсон, Тінберген, Хікс, Леонт'єв.

**Два головні напрямки:**

1. Моделювання процесів розширеного відтворення
2. Моделювання кон'юнктури і сезонних коливань ринку

Розробка першого у світі міжгалузевого балансу за 1923-24 р. Складено у 1926 р. під керівництвом Попова. Міжгалузевий баланс – модель Леонт'єва. Роботи по моделюванні загальної економічної рівноваги. Фельдман роботи аналогічні роботам лауреатів Нобелівської премії Донара, Харода. У 30-40р. розвиток ЕММ завмер.

1939 Кантонович. Економічний розрахунок найкраще використання ресурсів – поклала початок розвитку Лінійному програмуванню.

60-ті роки – жвавий розвиток, моделі в галузі планування: регіональні, галузеві, внутрізаводські.

#### **1.4. Математичне моделювання. Класифікація ЕММ**

Економіко-математична модель - це виражена у формально-математичних термінах економічна абстракція, логічна структура якої визначається як об'єктивними властивостями предметами опису, так і суб'єктивним цільовим чинником дослідження, для якого цей опис робиться.

Між моделлю та її прототипом не може існувати взаємооднозначної відповідності, тому що модель - це абстракція, пов'язана з узагальненнями й втратами. Адекватність реальної дійсності - основна вимога, що ставиться до моделі.

Конструктивно кожна математична модель представляє собою сукупність взаємопов'язаних математичних залежностей, що відображають певні групи реальних економічних залежностей.

Моделювання включає побудову концептуальної основи економічної задачі і подання її в математичному вигляді. Практично всі математичні моделі включають три типи компонент - змінних: результуючі чи залежні змінні, незалежні змінні, неконтрольовані змінні (похибки). У випадку, коли модельована система чи об'єкт є керованими, в структуру моделі входять також керуючі змінні. Незалежні змінні описують ті елементи задачі, для яких може бути зроблено вибір (наприклад, обсяги розподілу коштів), вони контролюються особою, що приймає рішення і математично є невідомими величинами. Задача моделювання полягає у визначенні найкращих їх значень. Залежні змінні відображають ефективність роботи економічної системи, наскільки добре система задовольняє свої цілі (наприклад, загальний доход). Неконтрольовані змінні описують фактори, які впливають на результат діяльності системи, але не керуються в рамках цієї системи. Вони також є незалежними. Змінні моделі пов'язуються між собою математичними рівняннями та нерівностями. Розв'язування моделі полягає у визначенні множини значень незалежних змінних, які б забезпечили бажаний рівень ефективності системи.

Оскільки економічні системи є складними системами, часто постає проблема складності їх формалізації. Проблема складності моделювання економічних систем має два аспекти:

- коли складність пов'язана з великим розміром системи;
- коли система має невелику кількість компонентів, але описується складним законом функціонування.

У першому випадку початкова система чи її компоненти замінюються іншою, з більш простою для аналізу системою. У другому випадку система розглядається як ієрархічна структура, яка може розділятися на частини, кожна з яких може надалі розглядатися певною мірою незалежно одна від одної. У випадку складної ієрархії системи формалізація повинна проводитись на кожному рівні деталізації такої системи.

**Уся множина моделей ділиться на 2 великих класи:**

- **Натуральні** (представляються як правило у вигляді яких – небудь матеріальних об'єктів – модель будинку)
- **Ідеальні (мисленні)** (продукція мислення, операції над ними здійснюються у мисленні).

Прикладом псевдонатуральних моделей в економіці може бити економічний експеримент, можливості якого є обмежені, бо:

1. Експерименти стосуються лише деякої частини НТ
2. Важко виключити вплив інших, випадкових факторів, що не мають відношення до експериментів
3. Великі кошти і ризик

З числа ідеальних виділяють підклас математичних моделей (ММ)

Математична модель (ММ) – певна система математичних відношень, які відображають суттєві властивості досліджуваного об'єкта.

Застосування методів математичного моделювання в економіці називають економіко – математичним моделюванням.

Для класифікації використовують різні основи. Серед найпоширеніших класифікацій економіко-математичних моделей наведемо такі:

**1) За врахування чинника невизначеності:**

- детерміновані;
- стохастичні.

**2) За врахуванням чинника часу:**

- статичні;
- динамічні.

**3) За характером зв'язків між змінними:**

- лінійні;
- нелінійні.

**4) За ступенем структуризації господарських процесів:**

- однопродуктові і багатопродуктові;
- одноступеневі і багаступеневі;
- одноступеневі і багаступеневі.

**5) За характером вимог до розв'язків:**

- балансові;
- оптимізаційні.

**6) За ступенем охоплення (агрегування) економічних об'єктів:**

- макромоделі;
- мікромоделі.

**7) За цільовим призначенням:**

- теоретико-аналітичні;
- прикладні.

**8) За призначенням:**

- балансові;
- трендові;
- оптимізаційні;
- імітаційні.

**9) За типом інформації:**

- аналітичні (на апіорній інформації);
- ідентифіковані (на апостеріорній інформації).

**10) За математичним апаратом, який використовують у моделі:**

- матричні;
- моделі лінійного і нелінійного програмування;
- кореляційно-регресійні моделі;
- моделі теорії масового обслуговування;
- моделі мережевого планування і керування;
- моделі теорії ігор.

**11) За напрямком досліджування:**

- дескриптивні (описові) – для опису і пояснення фактичних явищ, які можна спостерігати на практиці, наприклад, балансові і трендові моделі;
- нормативні – досліджують, яким чином функціонує модель, як вона повинна функціонувати за певних параметрів; прикладом таких моделей є всі оптимізаційні моделі.

**1.5. Етапи ЕММ****1. Постановка економічної проблеми та її детальний аналіз.**

Мета –формулювання суті проблеми. Прийняття припущень і тих питань, відповіді на які треба знайти в результаті економічного моделювання.

Включає визначення найважливіших рис досліджуваного об'єкту з одночасним відкиданням тих ознак, що є несуттєвими.

На цьому етапі визначаються певні концепції про зміну об'єкту і формуються певні гіпотези щодо можливих змін і трансформацій.

**2. Побудова ММ.** Формалізація економічного об'єкту у вигляді певних математичних співвідношень. Зокрема, якщо економічна проблема формується у вигляді задачі лінійного програмування, то ЕММ такої проблеми матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
 (\max, \min)L, L &= \sum_i^m c_i x_i \\
 \sum_i a_{ij} x_j &\leq b_j \quad j = \overline{1, n} \\
 x_j &\geq 0 \quad i = \overline{1, m}
 \end{aligned}$$

Модель повинна враховувати тільки основні фактори. Бажано пересвідчитись чи не має вже аналогічно створених моделей. Моделі визнають пристосування.

**1. Структура математичної моделі**

*Математична модель* виступає об'єктом у символах. Змінні моделі відображають альтернативні розв'язки або можливості, які можуть змінюватись, залежно від реальних ситуацій. Математичні моделі, як правило, включають такі чотири основні компоненти:

- 1) *Керовані змінні або невідомі.* Зазвичай ми шукаємо значення цих невідомих,



які описують оптимальний розподіл, наприклад, дефіцитних ресурсів. Невідомою в 10 такій моделі може бути позначено кількість годин роботи обладнання, кількість продукції, яку доцільно виготовляти на підприємстві, кількість продукції, яку доцільно перевозити від виробника до споживача тощо.

2) *Параметри*. Це вхідні значення, які відомі точно або хоча б наближено. Наприклад, ціна продукції, норми витрат ресурсу на виготовлення продукції, продуктивність роботи обладнання, витрати на реалізацію проекту тощо.

3) *Обмеження*. Це ті умови, які обмежують значення керованих змінних. Наприклад, якщо змінна позначає кількість продукції, то вона не може набувати від'ємних значень або, наприклад, якщо через змінну позначено кількість продукції, яка зберігається на складі, то вона не може перевищувати місткості складу тощо.

4) *Цільова функція*. Це вираз, що описує мету пошуку розв'язку задачі як функцію від керованих змінних. Ці змінні повинні бути визначені у такий спосіб, щоб цільова функція досягала екстремального значення. Іноколи важко визначити кількісну міру ефективності системи.

Отже, у загальному вигляді оптимізаційну задачу можна записати наступним чином:

$$Z = F(x) \rightarrow \max(\min), \\ x \in U,$$

де  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – невідомі або керовані змінні,

$F(x)$  – цільова функція,

$U$  – область допустимих значень змінних  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Оптимізаційна задача математичного програмування може не мати оптимального розв'язку в таких випадках:

1) якщо цільова функція задачі необмежена знизу для задачі на мінімум або необмежена зверху для задачі на максимум;

2) якщо область допустимих значень задачі порожня.

Етапи формулювання задачі математичного програмування

Серед основних етапів формулювання задачі математичного програмування можна назвати:

1) визначення керованих змінних (невідомих) моделі;

2) формулювання цільової функції (як лінійної комбінації керованих змінних для задачі лінійного програмування);

3) визначення обмежень задачі, наприклад, обмеження на використання ресурсів, на виконання плану, на залежності між змінними тощо;

4) формулювання обмежень (як лінійних рівнянь чи нерівностей для задачі лінійного програмування).

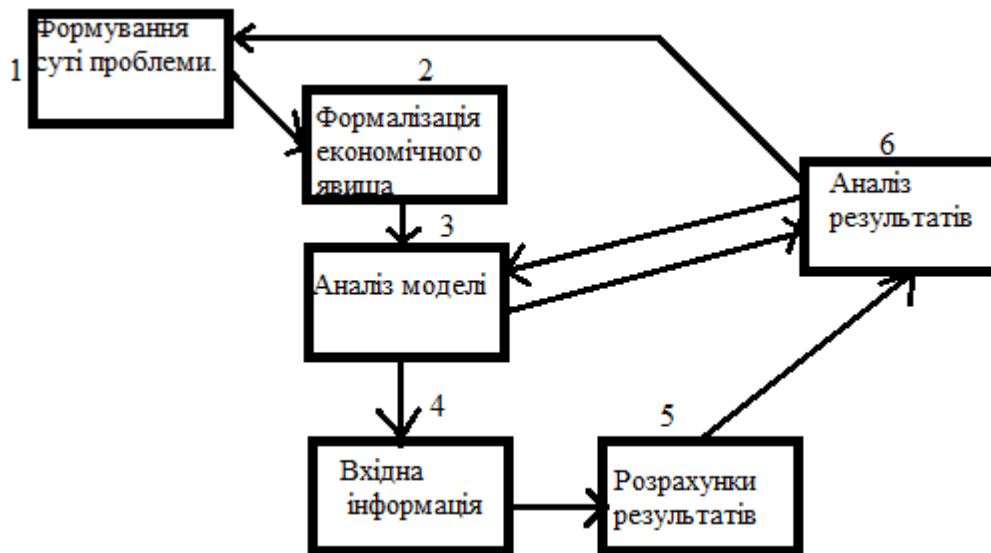
4. *Математичний аналіз моделі*. Чи має дана модель розв'язок? Чи вона математично вірна?

5. *Збір і підготовка вхідної інформації*. Застосовуються розроблені статистами методи збору інформації.

6. *Числова реалізація моделі*. Здійснюється за допомогою ЕОМ. Розробляється алгоритм реалізації програми або використання ППП.

7. *Аналіз числових результатів та їхнє використання*. Постає одне з найважливіших і найскладніших питань моделювання – про правильність і повноту

моделі, її практичну цінність і можливість використання. Розглянутий процес можна<sup>11</sup> розглянути як схему:



## 1.6. Особливості застосування методів моделювання.

### 1. Складність економічних явищ і процесів.

Складність системи залежить від кількості складових, зв'язків між ними.

Система – це певна залежність, яка сприймається як єдине ціле. В економічних системах число складових є дуже великим, зв'язки чисельні і різноманітні.

Емергентність – наявність в системі таких явищ і властивостей яких немає жоден елемент.

Складна система – це система, яка володіє властивостями цілеспрямування і самоорганізації. Економічні явища такими властивостями володіють і тому є складними системами.

### 2. Особливості економічного спостереження.

Більшість економічних процесів є масовим, їх не можна виявити одним спостереженням. Потрібно масове спостереження. При побудові моделі слід врахувати зміщення і розвиток моделі тому результат спостереження потрібно уточнювати і перевіряти. Важливою тому є точність вимірювання. Певні процеси не піддаються вимірюванню.

#### 1. Для економічних явищ і процесів характерна випадковість.

Вплив природи, політичні ситуації, також неповність, неточність інформації. В сучасній економічній науці ЕММ поділяють на 3 групи:

1. Дослідження теоретичних проблем
2. Прикладні дослідження
3. Інструментарії

## 1.7. Класифікація розділів математичного програмування за типом функцій і обмежень оптимізаційних задач 12

Залежно від виду та властивостей цільової функції та функцій обмежень в моделях розрізняють розділи математичного програмування:

*Лінійне програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у моделях яких цільова функція та обмеження є лінійними функціями.

*Нелінійне програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у моделях яких хоча б одна з функцій – чи цільова, чи в обмеженнях – нелінійна.

*Опукле програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у яких визначають числові значення керованих змінних, що надають мінімального значення опуклій (або максимального значення ввігнутій) функції, заданій на опуклій замкнутій множині.

*Квадратичне програмування* – це підвид задач опуклого програмування, для яких цільова функція квадратична, а обмеження лінійні.

*Цілочислове програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у моделях яких на частину чи на всі змінні накладено умову цілочисловості.

*Стохастичне програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у моделях яких цільова функція або функції обмежень містять випадкові величини.

*Динамічне програмування* – це клас оптимізаційних задач, у яких використовують методи їх розв’язування за допомогою динамічного, тобто поступового і багатокрокового застосування рекурентних співвідношень.

*Параметричне програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у моделях яких цільова функція або функції, які визначають область допустимих значень, або і ті, й інші, залежать від деяких параметрів, або містять коефіцієнти, які залежать від параметрів.

*Дробово-лінійне програмування* – це клас оптимізаційних задач та методів їх розв’язування, у моделях яких цільова функція подана у вигляді відношення двох лінійних функцій і функції, що визначають область обмежень задачі, також лінійні.

## 1.8. Місце ЕММ в економічній науці.

1. Існують дві точки зору щодо застосування ЕММ при дослідженні теоретичних проблем. Як правило сучасні дослідження теоретичних проблем вимагають використання математики.

2. Можна виділити кілька аспектів:

- математичні методи дозволяють впорядкувати інформацію і сформулювати вимоги щодо підготовки нової інформації

- формалізація математичних задач у вигляді математичних заходів виконується за даним ПК. Дозволяє здійснювати багатоваріантні розрахунки

- дозволяє вивчити взаємодію багатьох економічних факторів за допомогою кореляційного, регресивного аналізу

- за допомогою ЕММ вдається розв’язати такі задачі, які не розв’язуються іншими методами.

Початкові і кінцеві пункти досліджень лежать поза математикою. ЕММ не є вирішальною в економічних явищах.

## Контрольні запитання та теми для обговорення до теми № 1.

1. Що розуміють під поняттями «модель», «моделювання»?
2. Назвіть головні ознаки класифікації математичних моделей?
3. Назвіть приклади економіко-математичних моделей за кожною з класифікаційних ознак.
4. Що розуміють під поняттям «економіко-математичне моделювання»?
5. У чому полягає суть оптимізаційного моделювання? У чому полягає відмінність та особливість оптимізаційних моделей від інших математичних моделей?
6. Назвіть головні складові оптимізаційної моделі.
7. Що таке цільова функція? Дайте економічну інтерпретацію цільових функцій задач.
8. Що може бути критерієм економічної задачі? Яким вимогам він повинен задовольняти?
9. Якими можуть бути обмеження економічної задачі? Що може бути невідомим в економічній задачі? Що описує система обмежень?
10. Що таке екзогенні та ендогенні змінні? Назвіть приклади цих змінних для економічних ситуацій.
11. Назвіть приклади оптимізаційних економічних моделей, виділіть у них цільову функцію, обмеження, невідомі.
12. Назвіть головні етапи економіко-математичного моделювання.
13. Назвіть приклади класичних економіко-математичних моделей.

### Тестові завдання до теми № 1:

- 1. Метод дослідження, що базується на аналогії процесів різної природи, але таких, що описуються однаковими математичними залежностями – це:**
  - 1) математичне моделювання;
  - 2) дослідження операцій;
  - 3) операція;
  - 4) стандартизація.
  
- 2. Спрощений образ економічного об'єкта, поданий у вигляді сукупності математичних відношень – це:**
  - 1) математична модель об'єкта;
  - 2) дослідження операцій;
  - 3) фізична модель об'єкта;
  - 4) аналогова модель об'єкта.
  
- 3. Ендогенні змінні – це:**
  - 1) величини, значення яких задані поза моделлю;
  - 2) величини, значення яких обчислюються при використанні моделі;
  - 3) змінні, які модель бере як дані;
  - 4) зовнішні змінні.

**4. Математична модель загальної задачі лінійного програмування складається із:**

- 1) функції мети та обмежень;
- 2) функції мети та системи обмежень;
- 3) системи функцій та нерівностей обмежень;
- 4) функції мети та нерівностей обмежень.

**5. За врахуванням чинника часу економіко-математичні моделі поділяють на:**

- 1) статичні та динамічні;
- 2) детерміновані та стохастичні;
- 3) балансові та оптимізаційні;
- 4) лінійні та нелінійні.

**6. Якої класифікації економіко-математичних моделей не виділяють?**

- 1) теоретико-аналітичні та прикладні;
- 2) дескриптивні та нормативні;
- 3) аналітичні та дедуктивні;
- 4) макромоделі та мікромоделі.

**7. Які перетворення системи лінійних алгебраїчних рівнянь називають елементарними?**

- 1) перестановка місцями двох довільних рівнянь системи;
- 2) множення обох частин будь-якого рівняння системи на число, відмінне від 0;
- 3) додавання до одного з рівнянь системи іншого рівняння цієї системи, помноженого на будь-яке число;

**8. Яку систему лінійних рівнянь називають однорідною?**

- 1) таку, для якої вільні члени строго більші від нуля;
- 2) таку, для якої вільні члени дорівнюють нулю;
- 3) таку, для якої вільні члени строго менші від нуля;
- 4) таку, для якої вільні члени невід'ємні.

**9. Матрицю систему лінійних рівнянь називають матрицю складену з:**

- 1) коефіцієнтів систему умов;
- 2) коефіцієнтів систему умов та вільних членів;
- 3) вільних членів;
- 4) коефіцієнтів систему умов, вільних членів та розв'язків;

**10. Якої форми запису системи лінійних рівнянь не існує:**

- 1) скалярно-векторної;
- 2) векторної;
- 3) матричної;
- 4) лінійно-векторної.

**11. Розв'язком системи лінійних рівнянь називають такий вектор, який при підставлянні у систему замість невідомих:**

- 1) перетворює всі рівняння системи в тотожності;
- 2) перетворює всі нерівності системи в тотожності;
- 3) перетворює всі рівняння системи в нерівності;
- 4) правильна відповідь не наведена.

**12. Якщо система лінійних рівнянь має безліч розв'язків, то її називають:**

- 1) невизначеною;
- 2) тривіальною;
- 3) однорідною;
- 4) сумісною.

**13. Будь-яка система  $n$  однорідних лінійних рівнянь з  $n+1$  невідомими має:**

- 1) ненульовий розв'язок;
- 2) нульовий розв'язок;
- 3) безліч розв'язків;
- 4) несумісні умови.

**14. Для чого застосовують метод Крамера?**

- 1) для розв'язування системи лінійних рівнянь;
- 2) для запису системи лінійних рівнянь у скалярно-векторній формі;
- 3) для зведення системи лінійних рівнянь до матричного вигляду;
- 4) для розв'язування задачі лінійного програмування.

**15. Як ще називають метод Гауса:**

- 1) матричним методом;
- 2) методом непослідовного виключення невідомих;
- 3) методом послідовного виключення невідомих;
- 4) методом послідовного виключення відомих.

**16. При застосування метода Крамера:**

- 1) шукають визначники матриць, записаних за заданим правилом;
- 2) зводять систему лінійних рівнянь до східчастого вигляду;
- 3) записують систему лінійних рівнянь у матричному вигляді;
- 4) обчислюють матрицю, обернену до матриці коефіцієнтів системи.

**17. При розв'язуванні системи лінійних рівнянь методом Гауса систему зводять до:**

- 1) матричного вигляду;
- 2) скалярно-векторного вигляду;
- 3) східчастого або трапецієподібного вигляду;
- 4) нелінійного вигляду.

**18. Розставте у правильній їй послїдовностї такї етапи реалїзацї задачі на ЕОМ:**

1) розробка алгоритму вибраного методу

2) вибір методу розв'язку задачі

3) відлагодження програми

а) 2,3,1; б) 1,2,3; в) 2,1,3; г) 3 – не відноситься до етапів реалїзацї задачі на ЕОМ.

**19. В чому суть методу моделювання:**

а) в побудові моделї;

б) в дослідженні моделї;

в) в застосуванні висновків отриманих при дослідженні моделї до заданої системи;

г) в переносї дослідження системи на модель;

д) в доведенні адекватностї моделї і системи.

**20. Якщо  $V$  – матриця складена із власних векторів матриці  $A$ , то  $AV =$**

а)  $\Lambda V$ ; б)  $V^T$ ; в)  $V\Lambda$ .

**21. Що є об'єктом вивчення кібернетики:**

а) керуючі системи

б) структурні системи

в) інформаційні системи

г) моделї

д) процеси розвитку.

**22. Час протягом якого проводиться вилучення інформації з пам'ятї:**

а) час вибірки;

б) час циклу;

в) час інтеграції;

г) час пошуку;

д) час звернення.

**23. Хто з філософів стародавньої Греції згадував про кібернетику:**

а) Гомер

б) Арістотель

в) Платон

г) Піфагор

д) Сократ.

**24. Вставте слово, якого не вистачає в означенї.**

Алгоритм – це кінцева послїдовність / \_\_\_\_\_ / інструкцій виконання яких дозволяє з допомогою кінцевого числа кроків отримати розв'язок задачі, що однозначно визначається вихідними даними.

а) кінцевих;

б) однозначних;

в) неоднозначних;

г) впорядкованих;

д) б, г;

е) остаточних.

**25. Кого називають батьком кібернетики:**

а) Стафорд Бір

б) Норберт Вінер

в) У. Росс Ешбі

г) Аллан Тюрїнг

д) Джон фон Нейман.

**26. Предметом вивчення кібернетики є:**

а) структуризація складних систем

б) процеси керування у складних динамічних системах

в) комплексний аналіз складних систем

г) моделї складних динамічних систем

д) процеси функціонування та розвитку складних систем.

27. Хто з вчених XIX століття передбачав виникнення кібернетики, як науки:

17

- а) Паскаль б) Максвел в) Жан Жак Русо г) Ампер д) Спіноза.

28. В симплекс-таблиці дано деякий план задачі лінійного програмування

$C_B$	$x_B$	$C_j$	2	3	1	5	2
		$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
	$x_2$	30	-2	1	0	$\frac{1}{3}$	0
	$x_3$	40	1	0	1	2	0
	$x_5$	50	2	0	0	$\frac{1}{2}$	1

Яке значення набуде змінна  $x_5$  в наступному плані:

- 1) 25; 2) 40; 3) 15; 4) 0; 5) 10.

29. Вставте необхідний вираз, щоб приведене речення було визначенням поняття “інформації” Під інформацією розуміється повідомлення, ..., якої воно стосується.

- а) яке є мірою невизначеності системи  
б) яке визначає величину невизначеності системи  
в) яке вказує рівень невизначеності системи  
г) яке змінює рівень невизначеності системи  
д) яке усуває невизначеність системи

30. Предметом вивчення кібернетики є:

- а) структуризація складних систем  
б) процеси керування у складних динамічних системах  
в) комплексний аналіз складних систем  
г) моделі складних динамічних систем  
д) процеси функціонування та розвитку складних систем.

31. Ярослав Грдина – основоположник:

- а) Теорії складних систем б) Теорії стійкості в машині і тварині  
в) Теорії автоматів г) Динаміки живих організмів  
д) Системного аналізу живого організму і машин.

32. Сигнал – реакція на який змушує процесор реагувати на деяку подію, що мала місце і потребує негайного вирішення:

- а) перекривання; б) переривання;  
в) імпульс; г) стоп – сигнал;  
д) сигнал обробки.

33. Матрицю  $V$  – складену із власних векторів матриці  $A$ , називають:

- а) власною; б) асиметричною; в) діагоналізуючою; г) координатною.



**34. Метод дослідження, що базується на аналогії процесів різної природи, але<sup>18</sup> таких, що описуються однаковими математичними залежностями – це:**

- 1) математичне моделювання;
- 2) дослідження операцій;
- 3) операція;
- 4) стандартизація.

**35. Спрощений образ економічного об'єкта, поданий у вигляді сукупності математичних відношень – це:**

- 1) математична модель об'єкта;
- 2) дослідження операцій;
- 3) фізична модель об'єкта;
- 4) аналогова модель об'єкта.

**36. Ендогенні змінні – це:**

- 1) величини, значення яких задані поза моделлю;
- 2) величини, значення яких обчислюються при використанні моделі;
- 3) змінні, які модель бере як дані;
- 4) зовнішні змінні.

**37. Математична модель загальної задачі лінійного програмування складається із:**

- 1) функції мети та обмежень;
- 2) функції мети та системи обмежень;
- 3) системи функцій та нерівностей обмежень;
- 4) функції мети та нерівностей обмежень.

**38. За врахуванням чинника часу економіко-математичні моделі поділяють на:**

- 1) статичні та динамічні;
- 2) детерміновані та стохастичні;
- 3) балансові та оптимізаційні;
- 4) лінійні та нелінійні.

**39. Якої класифікації економіко-математичних моделей не виділяють?**

- 1) теоретико-аналітичні та прикладні;
- 2) дескриптивні та нормативні;
- 3) аналітичні та дедуктивні;
- 4) макромоделі та мікромоделі.