

Конспект лекції №12

ТЕМА: ОСОБЛИВОСТІ МАРКІВСЬКОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА В УМОВАХ РИЗИКУ

Міжпредметні зв'язки: Зв'язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як «Вступ до фаху», «Інформатика», «Моделювання економіки».

Мета лекції полягає у наданні студентам знань з інструментарію моделювання функціонування та оцінювання стратегій розвитку підприємств, що здійснюються методом повного перебору та методом ітерацій по стратегіях.

План лекції

1. Модель з нескінченною кількістю етапів. Метод повного перебору.
2. Метод ітерацій по стратегіях без дисконтування.
3. Метод ітерацій по стратегіях з дисконтуванням.

Опорні поняття: банкрутство, метод повного перебору, метод ітерацій, дисконтування, індикативне планування.

Інформаційні джерела:

Основна та допоміжна література:

1. Математичне планування експериментів в АПК / В. О. Аністратенко, В. Г. Федоров.- К.:Вища школа,1993.-374с.
2. П О Кравець, О М Проданюк Марківські методи навчання у системах прийняття рішень // http://www.vuzlib.com.ua/articles/book/4153Mark%D1%96vsk%D1%96_metodi_navchannja_/1.html
3. Х.А. Таха, Введение в исследование операций, 2005, 912 с.
4. Е.С. Вентцель. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972.
5. Вагнер Г. Основы исследования операций. (в трех томах) М.: Мир, 1972 – 1973.

Інтернет ресурси:

1. http://dn.khnu.km.ua/dn/k_default.aspx?M=k1314&T=05&lng=1&st=0.
2. <http://bibliograph.com.ua/logistika-1/68.htm>.
3. http://stud.com.ua/23032/logistika/metod_povного_pereboru.
4. <http://wiki.tntu.edu.ua/>.
5. <http://kuchka.info/kursova-robot-na-temu-metod-hruboji-syly-abo-povnyj-perebir.html>.
6. Метод итерации по стратегиям без дисконтирования // http://studopedia.ru/12_245207_metod-iteratsii-po-strategiyam-bez-diskontirovaniya.html.

Навчальне обладнання, ТЗН, презентація тощо: ноутбук, проектор, мультимедійна презентація.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ ЛЕКЦІЇ

1. Модель з нескінченною кількістю етапів. Метод повного перебору

Існує два методи розв'язку задачі з нескінченною кількістю етапів. Перший метод ґрунтується на переборі *всіх можливих* стаціонарних стратегій в задачі прийняття рішення. Метод *повного перебору* можна використовувати тільки тоді, коли загальна кількість стаціонарних стратегій з точки зору практичних обчислень достатньо мала. Другий метод, який називається *методом ітерацій по стратегіях*, як правило, є більш ефективним, оскільки визначає оптимальну стратегію ітераційним шляхом.

Припустимо, що в задачі прийняття рішення є S стаціонарних стратегій. Нехай – матриці перехідних (однокрокових) ймовірностей і прибутків, які відповідають певній стратегії, $s = 1, 2, \dots, S$. Метод перебору включає наступні дії.

Крок 1. Обчислюємо v_i^s – сподіваний прибуток, який одержується за один етап при стратегії s для заданого стану i .

Крок 2. Обчислюємо π_i^s – довгострокові стаціонарні ймовірності матриці перехідних ймовірностей P^s , які відповідають стратегії s . Ці ймовірності (якщо вони існують) знаходяться з рівнянь

$$\pi^s P^s = \pi^s, \quad (1)$$

$$\pi_1^s + \pi_2^s + \dots + \pi_m^s = 1, \quad (2)$$

де $\pi^s = (\pi_1^s, \pi_2^s, \dots, \pi_m^s)$.

Крок 3. Обчислюємо по наступній формулі E^s сподіваний прибуток за один крок (етап) при вибраній стратегії s .

Крок 4. Оптимальна стратегія s^* визначається з умови, що

$$E^{s^*} = \max_s \{E^s\}. \quad (3)$$

2. Метод ітерацій по стратегіях без дисконтування

Метод ітерацій по стратегіях ґрунтується на наступному. Як показано на попередній лекції для будь-якої конкретної стратегії сподіваний сумарний прибуток за n -ий етап визначається рекурентним рівнянням

$$f_n(i) = v_i + \sum_{j=1}^m p_{ij} f_{n+1}(j), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

Це рівняння і служить основою методу ітерацій по стратегіях. Однак, щоб зробити можливим вивчення асимптотичної поведінки процесу, вид рівняння можна трохи змінити. На відміну від величини n , яка фігурує в рівнянні і відповідає n -му етапу, позначимо через η кількість етапів, які залишаються для аналізу. Тоді рекурентне рівняння записується у вигляді

$$f_\eta(i) = v_i + \sum_{j=1}^m p_{ij} f_{\eta-1}(j), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Тут f_η – сумарний сподіваний прибуток при умові, що залишилися не розглянутими η етапів. При такому визначенні η можна вивчити асимптотичну поведінку процесу, покладаючи при цьому, що $\eta \rightarrow \infty$.

Позначимо через $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$ вектор довгострокових стаціонарних ймовірностей з матрицею перехідних ймовірностей $P = \|p_{ij}\|$ і нехай $E = \pi_1 v_1 + \pi_2 v_2 + \dots + \pi_m v_m$ – сподіваний прибуток за етап, обчислений по схемі попереднього розділу, тоді можна показати, що при достатньо великому η

$$f_\eta(i) = \eta E + f(i). \quad (6)$$

де $f(i)$ – постійний член, який описує асимптотичну поведінку функції $f_\eta(i)$ при заданому стані i .

Так як $f_\eta(i)$ представляє сумарний оптимальний прибуток за η етапів при заданому стані i , а E – сподіваний прибуток за один етап, то інтуїтивно зрозуміло, чому величина $f_\eta(i)$ рівна сумі ηE та $f(i)$ і коригуюче число, яке враховує визначений стан i . При цьому звичайно, передбачається, що число η достатньо велике.

Тепер рекурентне рівняння можна записати у наступному вигляді

$$\eta E + f(i) = v_i + \sum_{j=1}^m p_{ij} \{(\eta - 1)E + f(j)\}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Спростивши це рівняння, одержуємо

$$E + f(i) - \sum_{j=1}^m p_{ij} f(j) = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

тобто, маємо m рівнянь з $m+1$ невідомими $f(1), f(2), \dots, f(m)$ і E .

Кінцевою ціллю є визначення оптимальної стратегії, яка приводить до максимального значення E . Так, як є m рівнянь з $m+1$ невідомими, оптимальне значення E не можна визначити за один крок. У зв'язку з цим використовується ітеративна процедура, яка починається з довільної стратегії. За допомогою ітеративної процедури визначається нова стратегія, яка дає ліпше значення E . Ітеративний процес закінчується, якщо дві послідовно одержувані стратегії співпадають.

Ітеративний процес складається з двох основних кроків.

1. *Крок оцінки параметрів.* Вибираємо довільну стратегію s . Використовуючи відповідні їй матриці P^s і R^s та покладаючи (довільно) $f^s(m) = 0$, розв'язуємо рівняння

$$E^s + f^s(i) - \sum_{j=1}^m p_{ij}^s f^s(j) = v_i^s, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

відносно невідомих $E^s, f^s(1), \dots, f^s(m-1)$. Переходимо до наступного кроку.

2. *Крок покращення стратегії.* Для кожного стану i визначаємо альтернативу k , яка забезпечує

$$\max_k \left\{ v_i^k + \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f^s(j) \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (10)$$

(Тут використовуються значення $f^s(j), j = 1, 2, \dots, m$, визначені на кроці оцінки параметрів.) Результуючі оптимальні розв'язки для станів $1, 2, \dots, m$ формують нову стратегію t . Якщо s і t ідентичні, то алгоритм закінчується і в цьому випадку t - оптимальна стратегія. У протилежному випадку покладаємо $s = t$ і повертаємося до кроку оцінки параметрів.

Оптимізаційна задача на кроці покращення стратегії потребує пояснення. Ціллю цього кроку є одержання максимального значення E . Як показано вище,

$$E = v_i + \sum_{j=1}^m p_{ij} f(j) - f(i). \quad (11)$$

Оскільки $f(i)$ не залежить від альтернатив k , задача максимізації на кроці покращення стратегії еквівалентна максимізації E за альтернативами k .

Варто відзначити що метод ітерацій по стратегіях достатньо швидко сходиться до оптимального розв'язку, що є його характерною особливістю.

3. Метод ітерацій по стратегіях з дисконтуванням

Описаний метод ітерацій по стратегіях можна узагальнити на випадок дисконтування. Якщо позначити через $\alpha < 1$ коефіцієнт дисконтування (переоцінки), то рекурентне рівняння при скінченній кількості етапів можна записати у наступному вигляді

$$f_\eta(i) = \max_k \left\{ v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f_{\eta-1}(j) \right\}. \quad (12)$$

Відзначимо, що η рівне кількості етапів які необхідно розглянути. Можна показати, що при $\eta \rightarrow \infty$ (модель з нескінченною кількістю етапів) $f_\eta(i) = f(i)$, де $f(i)$ - приведений до поточного моменту часу дисконтований прибуток при умові, що система знаходиться у стані i і функціонує на нескінченному інтервалі часу. Таким чином, довготермінова поведінка $f_\eta(i)$ при $\eta \rightarrow \infty$ не залежить від значення η . У цьому полягає відмінність від випадку без дисконтування, коли $f_\eta(i) = \eta E + f(i)$. Цього слід було чекати, оскільки у випадку з дисконтуванням вплив майбутніх прибутків асимптотично зменшується до нуля. Дійсно, приведений прибуток $f(i)$ повинен наближатися до постійної величини при $\eta \rightarrow \infty$.

З врахуванням вищенаведеного у даному випадку при використанні методу ітерацій по стратегіях виконується наступна дія.

1. *Крок оцінки параметрів.* Для довільної стратегії s з матрицями P^s і R^s розв'язуємо систему з m рівнянь

$$f^s(i) - \alpha \sum_{j=1}^m p_{ij}^s f^s(j) = v_i^s, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

відносно m невідомих $f^s(1), f^s(2), \dots, f^s(m)$.

2. *Крок покращення стратегії.* Для кожного стану i визначасмо альтернативу k , яка забезпечує

$$\max_k \left\{ v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f_{\eta-1}^s(j) \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (14)$$

де $f^s(j)$ мають значення, визначені на кроці оцінки параметрів.

Якщо одержана стратегія t співпадає зі стратегією s , то алгоритм закінчений; у цьому випадку стратегія t оптимальна. У протилежному випадку покладемо $s=t$ і повторюємо крок оцінки параметрів.

Загальний висновок за темою лекції

У лекції було розглянуто інструментарій моделювання функціонування та оцінювання стратегій розвитку підприємств, що здійснюються методом повного перебору та методом ітерацій по стратегіях.

Питання для самоконтролю:

1. Метод повного перебору.
2. Метод ітерацій по стратегіях без дисконтування.
3. Метод ітерацій по стратегіях з дисконтуванням.
4. Крок оцінки параметрів.
5. Крок покращення стратегії.
6. Поняття коефіцієнта дисконтування та рекурентне рівняння.
7. Поняття сподіваного прибутку.

Завдання для самоконтролю:

1. **Задача:** Розв'язати задачу методом повного перебору при нескінченній кількості етапів.
2. Розв'язати задачу методом ітерації по стратегіях, припускаючи що горизонт планування нескінченний.
3. Розв'язати задачу, якщо коефіцієнт дисконтування рівний $\alpha = 0,7 + k / 100$.

Укладач: _____
(підпис)

Васьків О.М., ст. викладач
(ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)