План лабораторного заняття

Тема 10. Математичне моделювання функціонування та оцінювання стратегій розвитку малих підприємств.
Навчальний час: 2год.

Міжпредметні зв’язки: Зв’язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як «Вступ до фаху», «Інформатика», «Моделювання економіки»,

Мета і завдання лабораторного заняття: полягає у наданні студентам знань з інструментарію моделювання функціонування та оцінювання стратегій розвитку підприємств, що здійснюються методом повного перебору та методом ітерацій по стратегіях.

Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:

1. Метод повного перебору.
2. Метод ітерацій по стратегіях без дисконтування.
3. Метод ітерацій по стратегіях з дисконтуванням.
4. Крок оцінки параметрів.
5. Крок покращення стратегії.
6. Поняття коефіцієнта дисконтування та рекурентне рівняння.
7. Поняття сподіваного прибутку.

Завдання:

1. Розв'язати задачу методом повного перебору при нескінченній кількості етапів.
2. Розв'язати задачу методом ітерації по стратегіях, припускаючи що горизонт планування нескінченний.
3. Розв'язати задачу, якщо коефіцієнт дисконтування рівний $\alpha = 0{,}7 + k/100$.

Теоретичні відомості та методичні вказівки для виконання

Існує два методи розв'язку задачі з нескінченною кількістю етапів. Перший метод ґрунтується на переборі *всіх можливих* стаціонарних стратегій в задачі прийняття рішення. Метод *повного перебору* можна використовувати тільки тоді, коли загальна кількість стаціонарних стратегій з точки зору практичних обчислень достатньо мала. Другий метод, який називається *методом ітерацій по стратегіях,* як правило, є більш ефективним, оскільки визначає оптимальну стратегію ітераційним шляхом.

Метод повного перебору

Припустимо, що в задачі прийняття рішення є S стаціонарних стратегій. Нехай - матриці перехідних (однокрокових) ймовірностей і прибутків, які відповідають певній стратегії, $s = 1, 2, \ldots, S$. Метод перебору включає наступні дії:

Крок 1. Обчислюємо v_i^s – сподіваний прибуток, який одержується за один етап при стратегії s для заданого стану *i*.

Крок 2. Обчислюємо π_i^s – довгострокові стаціонарні ймовірності матриці перехідних ймовірностей P^s, які відповідають стратегії *s*. Ці ймовірності (якщо вони існують) знаходяться з рівнянь

$$\pi^s P^s = \pi^s,$$
$$\pi_1^s + \pi_2^s + \ldots + \pi_m^s = 1, \quad (1)$$

де $\pi^s = (\pi_1^s, \pi_2^s, \ldots, \pi_m^s)$.

Крок 3. Обчислюємо по наступній формулі E^s сподіваний прибуток за один крок (етап) при вибраній стратегії *s*.

Крок 4. Оптимальна стратегія s^* визначається з умови, що

$$E^{s^*} = \max_s \{E^s\}. \quad (2)$$

Проілюструємо цей метод на прикладі задачі аграрного підприємства при нескінченному горизонті планування.

Приклад 1. В задачі є вісім стаціонарних стратегій, які представлені у табл. 1:

Таблиця 1

Стаціонарні стратегії задачі аграрного підприємства

Стаціонарна стратегія, *s*	Дії
1	Не застосовувати добрива взагалі
2	Застосовувати добрива незалежно від стану ґрунту
3	Застосовувати добрива, якщо ґрунт знаходиться у стані 1
4	Застосовувати добрива, якщо ґрунт знаходиться у стані 2
5	Застосовувати добрива, якщо ґрунт знаходиться у стані 3
6	Застосовувати добрива, якщо ґрунт знаходиться у стані 1 чи 2
7	Застосовувати добрива, якщо ґрунт знаходиться у стані 1 чи 3
8	Застосовувати добрива, якщо ґрунт знаходиться у стані 2 чи 3

Матриці P^s і R^s для стратегій від 3 до 8 отримуються з аналогічних матриць для стратегій 1 і 2.

Таким чином, маємо

$$P^1 = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R^1 = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}05 & 0{,}4 & 0{,}55 \end{pmatrix}, \quad R^2 = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -2 \end{pmatrix},$$

$$P^3 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R^3 = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$P^4=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3\\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad R^4=\begin{pmatrix}7 & 6 & 3\\ 7 & 4 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix},$$

$$P^5=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3\\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5\\ 0{,}05 & 0{,}4 & 0{,}55\end{pmatrix},\quad R^5=\begin{pmatrix}7 & 6 & 3\\ 0 & 5 & 1\\ 6 & 3 & -2\end{pmatrix},$$

$$P^6=\begin{pmatrix}0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1\\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad R^6=\begin{pmatrix}6 & 5 & -1\\ 7 & 4 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix},$$

$$P^7=\begin{pmatrix}0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1\\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5\\ 0{,}05 & 0{,}4 & 0{,}55\end{pmatrix},\quad R^7=\begin{pmatrix}6 & 5 & -1\\ 0 & 5 & 1\\ 6 & 3 & -2\end{pmatrix},$$

$$P^8=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3\\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3\\ 0{,}05 & 0{,}4 & 0{,}55\end{pmatrix},\quad R^8=\begin{pmatrix}7 & 6 & 3\\ 7 & 4 & 0\\ 6 & 3 & -2\end{pmatrix}.$$

Результати обчислень значень v_i^s наведені в наступній таблиці:

	v_i^s		
s	i=1	i=2	i=3
1	5,3	3,0	-1,0
2	4,7	3,1	0,4
3	4,7	3,0	-1,0
4	5,3	3,1	-1,0
5	5,3	3,0	0,4
6	4,7	3,1	-1,0
7	4,7	3,0	0,4
8	5,3	3,1	0,4

Стаціонарні ймовірності знаходяться з рівнянь

$$\pi^s P^s=\pi^s,$$

$$\pi_1^s+\pi_2^s+\ldots+\pi_m^s=1.$$

Для ілюстрації застосування цих рівнянь розглянемо стратегію s=2. Відповідні рівняння мають наступний вигляд:

$$\begin{cases}0{,}3\pi_1+0{,}1\pi_2+0{,}05\pi_3=\pi_1,\\ 0{,}6\pi_1+0{,}6\pi_2+0{,}4\pi_3=\pi_2,\\ 0{,}1\pi_1+0{,}3\pi_2+0{,}55\pi_3=\pi_3,\\ \pi_1+\pi_2+\pi_3=1.\end{cases}$$

(Відзначимо, що одне з перших трьох рівнянь надлишкове.). Розв'язком системи буде

$$\pi_1^2=\frac{6}{59},\quad \pi_2^2=\frac{31}{59},\quad \pi_3^2=\frac{22}{59}.$$

В даному випадку сподіваний річний прибуток рівний

$$E^2 = \sum_{i=1}^{3} \pi_i^2 v_i^2 = \frac{1}{59}\left(6 \times 4{,}7 + 31 \times 0{,}31 + 22 \times 0{,}4\right) = 2{,}256.$$

Результати обчислень π^s і E^s для всіх стандартних стратегій наведені у наступній таблиці. Відзначимо, що хоча кожна із стратегій 1, 3, 4 і 6 має поглинаючий стан (стан 3), це ніяким чином не впливає на результати обчислень. У зв'язку з цим $\pi_1 = \pi_2 = 0$ і $\pi_3 = 1$ для всіх цих стратегій.

s	π_1^s	π_2^s	π_3^s	E^s
1	0	0	1	-1,0
2	6/59	31/59	22/59	**2,256**
3	0	0	1	0,4
4	0	0	1	-1,0
5	5/154	69/154	80/154	1,724
6	0	0	1	-1,0
7	5/137	62/137	70/137	1,734
8	12/135	69/135	54/135	2,216

З цієї таблиці видно, що стратегія 2 дає найбільший сподіваний річний прибуток. Отже, оптимальна довготермінова стратегія вимагає застосування добрив незалежно від стану системи.

Форми контролю знань – презентація виконаних завдань у вигляді розв'язаних, за допомогою програми пакету MS Office, задач, обговорення виконаних завдань.

Рекомендована література до теми лабораторного заняття:

Основна та допоміжна література:

1. Скітер І. С. Математичні методи прийняття управлінських рішень: Навч. пос. / І. С. Скітер, Н. В. Ткаленко, О. В. Трунова. – Чернігів: ЧДІЕУ, 2011. – 250 с.
2. Кульчинська О. О. Роль стратегічного планування в ефективній діяльності підприємств / О. О. Кульчинська // Вісник. Економіка. Проблеми економічного становлення. – 2012. – № 1. – С. 83-88.
3. Інформаційні технології та моделювання бізнес-процесів: [навч. посібник] / О. М. Томашевський, Г. Г. Цигелик, М. Б. Вітер, В. І. Дудук. – К.: Центр учб. л-ри, 2012. – 296 с.

Інтернет ресурси:

Обладнання заняття, ТЗН тощо: ноутбук, ПЕОМ.

Завдання студентам на самостійне опрацювання навчального матеріалу, рішення задач, розв'язання вправ для підготовки до наступного лабораторного заняття.

Укладач: ____________ ____Васьків О. М., ст. викладач______
(підпис) (ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)