УДК 519.856:658.5

МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ОБСЯГІВ ВИРОБНИЦТВА ПРОДУКЦІЇ СУБ'ЄКТОМ ГОСПОДАРЮВАННЯ, ЩО ФУНКЦІОНУЄ В РИНКОВИХ УМОВАХ

Автори: Васьків О. М.

к.е.н. Шевчук І. Б.

Постановка проблеми. Виробниче планування суб'єкта господарювання при ринкових методах господарювання потребує оперативності прийняття управлінських рішень та необхідності проведення точніших розрахунків для розв'язування задач планування господарської діяльності підприємств в умовах ринкової мінливості й ризику.

Як свідчить досвід, найбільш перспективним є застосування методів економіко-математичного моделювання і сучасних комп'ютерних засобів. До них належать, зокрема, задачі стохастичного програмування, що дають можливість враховувати всі види невизначеності та нестабільності української економіки та, для більш ефективного планування виробничої діяльності, методи прогнозування обсягів виробництва продукції.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблемі економіко-математичного моделювання виробничо-господарської діяльності підприємства у стохастичній постановці присвячені праці [1-4; 9, 10], де обґрунтовано застосування закону розподілу випадкових величин, що описують ресурсне забезпечення виробництва.

Значний внесок у розвиток практичного застосування методів прогнозування, а саме методу Бокса-Дженкінса, зробили як українські [5-8], так і іноземні вчені [11-13].

Постановка завдання. Мета статті полягає у застосуванні математичних методів моделювання обсягів виробництва продукції підприємством та методів прогнозування соціально-економічних процесів, а саме методу Бокса-Дженкінса.

Виклад основного матеріалу дослідження. Визначення обсягу виробництва виробів на конкретному підприємстві залежить від сформованих на ньому умов, наявних фінансових коштів, наявності виробничих потужностей. Вид розроблювальної для цієї мети моделі залежить від зазначених умов, наявних обмежень, прийнятих допущень.

Припустимо, що підприємство використовуючи наявні ресурси має можливість випускати продукцію декількох видів. Відомо, норму витрат виробничого ресурсу, що використовується для виготовлення одиниці кожної продукції, запас ресурсів, обсяг товарообігу, також плановий прибуток від продажу кожного виду продукції. Задача полягає в наступному: треба скласти план випуску продукції, щоб максимально використати наявні ресурси, мати максимальний прибуток від виробництва, і в той же час забезпечити максимальний випуск продукції з найбільшим попитом [9].

Оптимального значення результату фінансово-господарської діяльності як суми результату господарської діяльності та фінансової діяльності підприємству досягти важко, оскільки необхідно шукати оптимальні співвідношення між цими показниками у межах потенційного ризику [10].

Необхідно проаналізувати програму виробничої діяльності підприємств з метою виявлення можливостей збільшення випуску кількості продукції за рахунок підвищення ефективності використання ресурсів, придбаних у постачальників. Критерієм оптимальності в даному випадку при побудові економіко-математичної моделі виступає максимізація прибутку від виробництва продукції.

Цільова функція моделі, що максимізує прибуток підприємства, матиме вигляд

$$Z = \sum_{j=1}^{m} C_j \cdot X_j \to \max, \qquad (1)$$

де C_j – ціна одиниці *j-го* виду продукції;

X_j – виробництво *j-го* виду продукції з *і-го* ресурсу;

при обмеженнях:

– обмеження виробництва продукції:

$$U_j^{\min} \le X_j \le U_j^{\max}, \qquad (2)$$

де $U_j^{\min}$, $U_j^{\max}$ – мінімальне та максимальне виробництво продукції *j-го* виду;

– виконання планового завдання по виробництву продукції:

$$\sum_{i \in I} S_{ij} \cdot X_j \ge W_j, \qquad (3)$$

де S_{ij} – норма витрат *i-го* ресурсу сировини, що використовується на виробництво *j-го* виду продукції;

W_j – плановий обсяг виробництва *j-го* виду продукції;

– обмеження ресурсів сировини:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij} \cdot X_j \le F_i, \qquad (4)$$

де F_i – кількість одиниць *i-го* виду ресурсу сировини;

– обмеження на наявну величину коштів, що затрачається на закупівлю сировини у постачальників повинне бути більша рівна від вартості ресурсу, що закуповується у певного постачальника

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \nu_{ij} \cdot F_i \le \eta \qquad i = 1..n, \qquad j = 1..m, \qquad (5)$$

де ν_{ij} – вартість *i-го* виду ресурсу, що закуповується у постачальників;

F_i – кількість *i-го* виду ресурсу, що планується закуповувати у постачальників;

η – наявна величина коштів, що затрачається на закупівлю сировини у постачальників;

– умови невід'ємності змінних:

$$X_j \ge 0. \qquad (6)$$

Розглянемо тепер обмеження. Обмеження в стохастичних економіко-математичних моделях можуть також задаватися різними способами, а значить, отримані оптимальні плани будуть мати відповідний рівень ймовірності їх виконання. При цьому потрібно брати до уваги як внутрішню невизначеність (технічних процесів), так і невизначеність зовнішнього середовища (постачання сировини, попиту на вироблену продукцію, загальної суми податків тощо).

Для моделювання процесу виробничої діяльності підприємства протягом досліджуваного періоду розглянемо стохастичне формулювання цільової функції та обмежень за варіанту, коли $P(Y<0)\le\alpha$, яка має вигляд:

$$Z=\sum_{j=1}^{m}\overline{C}_j\cdot X_j\to\max \tag{7}$$

де $\overline{C}_j$ – математичне сподівання випадкової величини C_j

і такі обмеження:

$$P\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}S_{ij}\cdot X_j\le F_i\right]\ge\alpha, \tag{8}$$

α – деякий заданий параметр

$$U_j^{\min}\le X_j\le U_j^{\max} \tag{9}$$

$$\sum_{i\in I}\overline{S}_{ij}\cdot X_j\ge\overline{W}_j \tag{10}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\nu_{ij}\cdot\overline{F}_i\le\eta \tag{11}$$

$$X_j\ge 0, \tag{12}$$

Насправді параметри $U_j^{\min}$ і $U_j^{\max}$, які встановлюють гранично допустимі значення X_j, за змістом будуть детерміновані, решту параметрів C_j S_{ij}, F_i – випадкові величини, що підпорядковуються нормальному закону розподілу [1; 9].

Наприклад, об’єм запасів сировини залежить від термінів та обсягів поставки, запаси виробничих потужностей залежать від надійності обладнання, робочої сили – працездатності працюючих. Тому, є усі підстави вважати, що величина запасів F_i – випадкова величина. Аналогічні твердження відносяться і до параметрів C_j та S_{ij}. Таким чином, в загальному випадку параметри C_j S_{ij}, F_i задачі лінійного програмування (7)-(12) за своєю суттю є прийняттям рішення в умовах невизначеності.

Здійснюючи свою виробничу діяльність, підприємство закуповує ресурс у постачальників. Таким чином потрібно брати до уваги терміни постачання ресурсу на виробництво та його обсяги, які залежать від якості, ціни, та інших характеристик самого ресурсу.

Задачу стохастичного програмування можна записати у детермінованій постановці:

$$Z = \sum_{j=1}^{m} \overline{C}_j \cdot X_j \to \max \tag{13}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \overline{S}_{ij} \cdot X_j + t_{\alpha_i} \sqrt{\theta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ij}^2 \cdot X_j^2} \le \overline{F_i} \right] \tag{14}$$

$$U_j^{\min} \le X_j \le U_j^{\max} \tag{15}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \nu_{ij} \cdot \overline{F}_i \le \eta \tag{16}$$

$$\sum_{i \in I} \overline{S}_{ij} \cdot X_j \ge \overline{W}_j \tag{17}$$

$$X_j \ge 0, \tag{18}$$

Введемо додаткову змінну δ_j у нерівність (14) і обмеження запишемо у вигляді:

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \overline{S}_{ij} \cdot X_j + t_{\alpha_i} \sqrt{\theta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ij}^2 \cdot X_j^2 + \delta_i} \le \overline{F_i} \right], \tag{19}$$

де $\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \overline{S}_{ij} \cdot X_j \right]$ – споживана кількість ресурсу (сировини), яка розрахована за математичним сподіванням норм витрат;

$t_{\alpha_j} \sqrt{\theta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ij}^2 \cdot X_j^2}$ – додаткова кількість ресурсу, викликана ймовірнісним характером норм витрат і ресурсу, який враховує усі ймовірносні характеристики задачі, зокрема: закон розподілу з допомогою t_{α_j}; дисперсії випадкових величин S_{ij}, які дорівнюють σ_{ij}^2; дисперсії випадкових величин F_i, які дорівнюють θ_i^2;

δ_i – залишковий ресурс.

Отже, провівши деякі математичні перетворення, в числовому вигляді економіко-математична модель розвитку виробництва підприємства за критерієм максимізації математичного сподівання матиме наступний вигляд:

$$Z = \sum_{j=1}^{m} \overline{C}_j \cdot X_j \to \max \tag{20}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \overline{S}_{ij} \cdot X_j + t_{\alpha_i} \sqrt{\theta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ij}^2 \cdot X_j^2 + \delta_i} \le \overline{F}_i \right] \tag{21}$$

$$U_j^{\min} \le X_j \le U_j^{\max} \tag{22}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \nu_{ij} \cdot \overline{F}_i \le \eta \tag{23}$$

$$\sum_{i \in I} \overline{S}_{ij} \cdot X_j \ge \overline{W}_j \tag{24}$$

$$X_j \ge 0, \tag{25}$$

Економіко-математична модель застосовується до підприємства, що функціонує у ринковому середовищі, і зводиться до пошуку такої виробничої діяльності цього підприємства, при якій досягається максимум прибутку по здійсненні виробництва і реалізації певного виду продукції.

Вихідними даними при рішенні задачі прогнозування є динамічні ряди, аналіз яких можна ефективно виконати за допомогою моделі ARIMA.

Метод ARIMA заснований на ітеративному підході до вибору прийнятної моделі серед можливих варіантів. Такий підхід дозволяє уникнути істотних помилок, які виникають внаслідок випадкового характеру окремих результатів спостережень. Поширеними статистичними моделями прогнозування, що використовуються дослідникам в даний час, є комбіновані моделі авторегресії-ковзаючого середнього ARMA (AutoRegression – Moving Average) та їх узагальнення для нестаціонарних випадків – моделі ARIMA (AutoRegression Integrated Moving Average). Методологію їх побудови було розроблено відомими статистиками Боксом та Дженкінсом, тому цей метод побудови прогнозу досить часто називають також методом Бокса-Дженкінса.

Методологія Бокса-Дженінкса підбору ARIMA-моделі для тимчасового ряду складається з чотирьох кроків. На першому кроці будується стаціонарний ряд. Для ідентифікації в процесі побудови стаціонарного тимчасового ряду використовуються функція автокореляції (ACF) і приватна функція автокореляції (PACF). Часовий ряд тестується на стаціонарність за допомогою візуального аналізу ACF і PACF, тести на одиничні коріння. Якщо виходить стаціонарний ряд, то здійснюється перехід до наступного кроку, якщо ні, то застосовується оператор інтегрування (взяття послідовної різниці) і повторюється тестування. На практиці послідовна різниця береться, як правило, не більше двох разів. Після того як отримано стаціонарний часовий ряд, формулюються припущення про можливі порядки авторегресії і ковзного середнього [11]. Зазвичай рекомендується використовувати моделі можливо більш низького порядку.

Для кожної з обраних на першому кроці моделей оцінюються їх параметри і обчислюються залишки. Кожна з моделей перевіряється, наскільки вона відповідає даним. З моделей, адекватних даними, вибирається найпростіша модель, тобто модель з найменшою кількістю параметрів. Після того як обрано модель, виконується прогноз за один або кілька кроків за часом і оцінюються довірчі границі прогнозних значень [8].

Використання процесів Бокса-Дженкінса дає змогу побудувати досить точну та адекватну модель прогнозу на короткостроковий період, проте через нестаціонарність для побудови більш точного довгострокового прогнозу цей метод потребує вдосконалення [8]. Моделі ARIMA спираються, в основному, на автокореляційну структуру даних. У методології ARIMA не передбачається якої-небудь чіткої моделі для прогнозування даного часового ряду. Задається лише загальний клас моделей, які описують часовий ряд і, які дозволяють якось виражати поточне значення змінної через її попередні значення. Потім алгоритм, підставляючи внутрішні параметри, сам обирає найбільш придатну модель прогнозування. Існує ціла ієрархія моделей Бокса-Дженкінса. Логічно її можна визначити так:

$$AR(p)+MA(q) \rightarrow ARMA(p,q) \rightarrow ARMA(p,q)(P,Q) \rightarrow ARIMA(p,q,r)(P,Q,R) \rightarrow \ldots \quad (26)$$

Методологія прогнозування Бокса-Дженкінса відрізняється від більшості методів, тому що в ній не допускається якої-небудь особливою структури даних часових рядів, для яких виконується прогноз. У ній використовується ітеративний підхід до визначення допустимої моделі серед загального класу моделей. Потім обрана модель зіставляється з початковими даними, для того щоб перевірити чи точно вона описує ряди. Модель вважається прийнятною, якщо залишки, в основному, малі, розподілені випадково, і не містять корисної інформації. Якщо задана модель не задовільна, процес повторюється, але вже з використанням нової поліпшеної моделі. Подібна ітераційна процедура повторюється до тих пір, поки не буде знайденої задовільною моделі. З цього моменту задана модель може використовуватися для цілей прогнозування [12].

Структура ARMA моделей є наступною. В загальному випадку ARMA модель складається з двох частин, кожна з яких прогнозує ряд Y_t. Перша частина – авторегресійна модель порядку p:

$$Y_t = b_0 + b_1 \cdot Y_{t-1} + b_2 \cdot Y_{t-2} + \ldots + b_p \cdot Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (27)$$

Друга частина – модель ковзаючого середнього залишків порядку q:

$$Y_t = a_0 + \varepsilon_t - a_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - a_2 \cdot \varepsilon_{t-2} - \ldots - a_q \cdot \varepsilon_{t-q} \quad (28)$$

Термін „ковзаюче середнє” в даному випадку визначає тільки те, що зі зміною номеру періоду лінійна комбінація помилок також рухається вперед.

Сума коефіцієнтів a_j не має дорівнювати 1, як у випадку класичної схеми ковзаючого середнього. Модель ARMA(p,q) може бути записана у вигляді:

$$Y_t = b_0 + b_1 \cdot Y_{t-1} + b_2 \cdot Y_{t-2} + \ldots + b_p \cdot Y_{t-p} + a_0 + \varepsilon_t - a_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - a_2 \cdot \varepsilon_{t-2} - \ldots - a_q \cdot \varepsilon_{t-q} \quad (29)$$

Моделі ARMA(p,q) можуть описувати широкий діапазон поведінки стаціонарних часових рядів. Прогноз, отриманий за допомогою ARMA моделі, буде залежати не тільки від поточного і минулих значень ряду Y_t, але й від минулих значень помилок.

Ідентифікація ARMA моделей здійснюється за допомогою аналізу значень коефіцієнту автокореляції та коефіцієнту часткової кореляції. В результаті ряду перевірок отримується певний баланс між двома частинами моделі, що забезпечить мінімальне розходження розрахункових даних з реальними спостереженнями.

Позитивні сторони моделей ARIMA: Підхід Бокса-Дженкінса до аналізу часових рядів є досить потужним інструментом для побудови точних прогнозів з малою дальністю прогнозування. Моделі ARIMA досить гнучкі і можуть описувати широкий спектр характеристик часових рядів, які зустрічаються на практиці.

Проте використання моделей ARIMA має і кілька недоліків: необхідно відносно велику кількість вихідних даних; не існує простого способу коректування параметрів моделей ARIMA, – коли залучаються нові дані, модель доводиться майже повністю перебудовувати, а іноді потрібно вибір абсолютно нової моделі; також для оцінок використовується та чи інша модель, а це означає наявність модельного ризику в розрахунках. Тому необхідна періодична перевірка адекватності застосовуваної моделі. Таким чином, загальний недолік прогнозування за допомогою цих моделей полягає в тому, що всі вони незалежно від застосовуваних методів обчислення використовують початкові дані. І якщо умови на споживчому ринку різко змінюються, то ці зміни будуть враховані тільки через певний проміжок часу. А до цього моменту передбачення будуть некоректними.

Висновки з проведеного дослідження. Виробнича діяльність суб’єкта господарювання, що здійснюється у реальних ринкових умовах, супроводжується застосуванням засобів стохастичного програмування в процесі розрахунку оптимального плану, що значно підвищує його точність виконання. Враховуючи окреслені умови задачі, наявну інформацію та мету дослідження, здійснюється конкретна постановка задачі стохастичного програмування, приймається до уваги поява можливих відхилень від заданих умов та реалізується її розв’язування.

Ефективна діяльність виробничого підприємства на майбутні періоди забезпечується моделюванням виробництва продукції із застосуванням методів прогнозування, а саме підхід Бокса-Дженкінса, що є потужним інструментом для побудови прогнозу та розрахунку прогнозованих значень.

Список літератури:

1. Юринець Р. Математичне програмування в економіці: Навч. посібник / Р. Юринець, О. Мицишин – Львів: 2001. – 134 с.
2. Васьків О. М. Стохастична модель оптимального використання ресурсів та інформаційна технологія її реалізації / О. М. Васьків // Праці Одеського політехнічного університету: науковий та науково-виробничий збірник. – Одеса. – 2012. – Вип. 2 (39). – С. 280-286.
3. Юринець В. Є. Оптимальне використання ресурсів за умов невизначеності / В. Є. Юринець, О. М. Васьків // Вісник Львівської державної фінансово ї академії. – 2006. – № 10. – С. 365 – 371.
4. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие [для ун-тов] / Л. С. Понтрягин – М: Наука, 1974. – 331 с.
5. Дзензелюк О. Побудова ARIMA моделей часових рядів для прогнозування метеоданих на мові програмування R / О. Дзендзелюк, Л. Костів, В. Рабик // Електроніка та інформаційні технології. – 2013. – Випуск 3. – С. 211–219.
6. Юринець Р. Соціально-економічне прогнозування в Statistica: Навч. посібник / Р. Юринець. – Львів, 2011. – 144 с.
7. Гончаренко Т. П. Оцінювання сезонності в системі маркетингу промислових підприємств / Т. П. Гончаренко // БІЗНЕС ІНФОРМ – 2014. – № 2 – С. 366-370.
8. Царук О. В. Статистичне прогнозування державного боргу України на основі процесів БОКСА-ДЖЕНКІНСА / О. В. Царук // Проблеми статистики. – 2007. – № 8. – С. 1-8.
9. Васьків О. М. Інформаційна технологія комп’ютерної реалізації стохастичної моделі оптимального використання ресурсів / О. М. Васьків // Інформаційні технології в освіті, науці і техніці (ІТОНТ-2012): міжнар. наук.-

практ. конф., 25-27 квітня 2012 р.: тези допов. – Черкаси: Вид-во редакційно-видавничий центр ЧДТУ, 2012. – Т. 1. – С. 158-160.

10. Васьків О. М. Математичне моделювання задачі оптимального плану розвитку виробництва підприємства та інформаційна технологія її автоматизованої реалізації / О. М. Васьків // Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво». – Луцьк. – 2013. – №12. – С. 96-102.

11. Анисимов В. Н., Об єфективности модели ARIMA при прогнозировании єкономических процессов / В. Н. Анисимов, К. Л.Соломахо // Известия Челябинського научного центра – 2009. – Вип. 2 (44). – С. 44-48.

12. Карпунова С. Ю. Преимущества модели ARIMA для краткосрочного прогнозирования поведения ценовых графиков Forex [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://masters.donntu.edu.ua/2007/fvti/karpunova. – Назва з екрану.

13. Павлик В. Метод прогнозування ефективного виробництва [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.agro-business.com.ua/agromarketing/696-2011-10-21-10-28-11.html. – Назва з екрану.