Конспект лекції №7

ТЕМА 5. ОЦІНКА РИЗИКУ З ВИКОРИСТАННЯМ АПАРАТУ МАРКІВСЬКИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Міжпредметні зв’язки: Зв’язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як Дисципліна «Інформатика», «Моніторинг ІТ-технологій», «Макроекономіка», «Економіко-математичне моделювання».

Мета лекції полягає у наданні студентам знань з методології та інструментарію моделювання економічних процесів, що розвиваються в умовах перехідної економіки, з використанням основ теорії марківський процесів, а також навчитись використовувати апарат теорії марківських процесів для прогнозування фінансових результатів діяльності підприємства.

План лекції

1. Дослідження марківських процесів через поняття „випадкова величина” та „випадковий процес”.
2. Марківський процес та поняття марківської властивості.
3. Основи теорії ланцюгів Маркова. Ланцюги Маркова.

Опорні поняття: марківські процеси, випадкова величина, марківська властивість, ланцюги Маркова, задача прийняття рішень.

Інформаційні джерела:

Основна та допоміжна література:

1. Гейдарова О. В. Застосування теорії марківських процесів для оцінки та прогнозування фінансових результатів діяльності підприємства / О. В. Гейдарова // Сталий розвиток економіки. Всеукраїнський науково-виробничий журнал. – С. 59-64.
2. Гейдарова О. В. Моделювання фінансових результатів діяльності підприємства теорією стохастичних процесів з інтервальними оцінками / О. В. Гейдарова // Економіка: проблеми теорії та практики. Зб. наук. пр. Вип. 202. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2005. – С. 166-170.
3. Клебанова Т. С. Математичні методи і моделі ринкової економіки : навч. посібн. / Т. С. Клебанова, М. О. Кизим, О. І. Черняктa ін. – Х. : ВД «ІНЖЕК», 2009. – 456 с.
4. Коломієць С. В. Теорія випадкових процесів [Текст]: навчальний посібник: у 2 ч. / С. В. Коломієць; Державний вищий навчальний заклад «Українська академія банківської справи Національного банку України». – Суми : ДВНЗ «УАБС НБУ», 2013. – Ч. ІІ. – 103 с.
5. Мазаракі А. А. Математичне програмування в Excel: Навч. посібник / А. А. Мазаракі, Ю. А. Толбатов – К.: Четверта хвиля, 1998. – 208 с.
6. Інформаційні технології та моделювання бізнес-процесів: [навч. посібник] / О. М. Томашевський, Г. Г. Цигелик, М. Б. Вітер, В. І. Дудук. – К.: Центр учб. л-ри, 2012. – 296 с.

Інтернет ресурси:

1. http://stud.com.ua/53274/ekonomika/markivski_protsesi_sistemi_masovogo_obslugovuvannya.
2. http://manualsem.com/book/766-imovirnisni-procesi/12-lekciya-3-markovskij-vipadkovij-proces-z-diskretnimi-stanami-ta-neperervnim-chasom.html.
3. http://www.kpi.kharkov.ua/archive/MicroCAD/2012/S1/МАРКІВСЬКІ%20ПРОЦЕСИ%20УПРАВЛІННЯ%20ВИТРАТАМИ%20НА%20ЯКІСТЬ%20ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇПІДГОТОВКИ%20ВИРОБНИЦТВА.pdf.
4. Григораш Д. І. Прийняття управлінських рішень в умовах ризику та невизначеності [Електронний ресурс] / Д. І. Григораш, В. Г. Герасимчук. – Режим доступу: http://probl-economy.kpi.ua/pdf/2009_15.pdf.
5. Адаптивне управління організацією // http://allref.com.ua/uk/skachaty/Adaptivne_upravlinnya_organizaciyeyu.
6. Поняття адаптації та адаптивного управління підприємством // http://www.confcontact.com/2009_03_18/ek1_borsuk.php.
7. Адаптивне управління еволюції поняття та сутнісна характеристика // http://tme.umo.edu.ua/docs/5/11fescec.pdf.

Навчальне обладнання, ТЗН, презентація тощо: ноутбук, проектор, мультимедійна презентація.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ ЛЕКЦІЇ

Останнім часом динамічно розвивається новий підхід до **пояснення постійних змін економічних процесів та явищ**, який отримав назву «**Еволюційна теорія економічних змін**». Засновником еволюційної економіки як розділу економічної науки вважають австрійського економіста Иозефа Шумпетера. Існує думка, що підходи еволюційної економіки можуть бути плідними в побудові теорії економіки перехідного періоду. **В перехідний період, коли процеси прискорюються, ламаються старі інституції, створюються нові, економічна рівновага не встигає ще встановитися, як умови знову змінюються**. Головне – зрозуміти, яким чином відбувається процес змін.

Еволюційні моделі – це моделі переходу системи із стану t у стан $t+1$. При цьому стан системи у момент часу $t-1$ не має значення. Математичним інструментарієм, який дозволяє описати такий перехід, є марківські процеси, названі так по імені математика, професора Петербурзького університету А.А.Маркова (1856-1922), який вперше їх досліджував.

1. Дослідження марківських процесів через поняття „випадкова величина” та „випадковий процес”

Досліджуючи марківські процеси вводяться поняття „випадкова величини” та „випадковий процес”.

Випадкова величина – це величина, яка в результаті дослідження може прийняти одне із числових значень відомої множини, однак наперед невідомо яке.

Випадковий процес (випадкова функції *S(t)*) – це функція, яка кожному моменту *t* із часового проміжку проведеного дослідження ставить у відповідність єдину випадкову величину *S(t)*.

Якщо система *S* протягом часу *t* змінює свої стани *S(t)* випадковим чином, то можна говорити про те, що в даній системі протікає випадковий процес. Таким чином, процес еволюції при переході із стану в стан можна назвати випадковим.

2. Марківський процес та поняття марківської властивості

Марківський процес – це випадковий процес, який протікає в системі *S* і володіє властивістю відсутності наслідків. Для кожного моменту часу t_0 імовірність будь-якого стану *S(t)* системи *S* в майбутньому при *t* більше t_0 залежить тільки від її стану $S(t_0)$ в теперішньому і не залежить від того, як і скільки часу розвивався цей процес у минулому.

Таким чином, можна стверджувати, що кожен наступний стан об'єкта є результатом попереднього стану і джерелом наступного, при цьому інші стани до уваги не приймаються.

Марківський випадковий дискретний процес, який протікає в системі *S*, характеризується не тільки можливим станом, в якому система може перебувати випадковим чином, але й тими моментами часу, в яких можуть відбуватися її переходи із стану в стан. Ці моменти часу можуть бути завчасу відомі або випадкові.

Існує два різновиди випадковий процесів, які протікають у системі:

1. випадковий процес з дискретним часом – це такий процес, в якому переходи системи із стану в стан відбуваються тільки в визначені заздалегідь моменти часу t_1, t_2, ..., t_n;
2. випадковий процес із неперервним часом – це процес, в якому переходи можливі у будь-який випадковий момент часу.

Марківський процес описує поведінку стохастичної системи, у якій настання чергового стану залежить тільки від безпосередньо попереднього стану системи. Якщо $t_0 < t_1 < \ldots < t_n \quad (n = 0,1,2,\ldots)$ - моменти часу, то сімейство випадкових величин ξ_{t_k} буде процесом Маркова тоді і тільки тоді, коли воно володіє **марківською властивістю**

$$P\left\{\xi_{t_n} = x_n \middle| \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}, \ldots, \xi_{t_0} = x_0\right\} = P\left\{\xi_{t_n} = x_n \middle| \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}\right\} \qquad (1)$$

для всіх можливих значень випадкових величин ξ_{t_0}, ξ_{t_1}, $\ldots$, ξ_{t_n}.

Ймовірність $p_{x_{n-1},x_n} = P\left\{\xi_{t_n} = x_n \middle| \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}\right\}$ називається **перехідною**. Вона являє собою *умовну* ймовірність того, що система буде знаходитися у стані x_n в момент t_n, якщо в момент t_{n-1} вона знаходилася в стані x_{n-1}. Цю ймовірність називають також **однокроковою перехідною**, оскільки вона описує зміну стану системи між послідовними моментами часу t_{n-1} і t_n. Аналогічно *m*-крокова перехідна ймовірність визначається формулою

$$p_{x_n,x_{n+m}} = P\left\{\xi_{t_{n+m}} = x_{n+m} \middle| \xi_{t_n} = x_n\right\}. \qquad (2)$$

Загальний висновок за темою лекції

У лекції було розглянуто методології та інструментарій моделювання економічних процесів з використанням основ теорії марківський процесів.

Питання для самоконтролю:

1. Марківський процес та поняття марківської властивості.
2. Основи теорії ланцюгів Маркова. Ланцюги Маркова.
3. Марківська задача прийняття рішень.
4. Абсолютні і перехідні імовірності.
5. Однорідна матриця переходів.
6. Поняття стохастичного процесу.
7. Марківський випадковий процес.
8. Поняття однокрокової та двокрокової перехідної імовірності.
9. Які процеси називають марківськими ланцюгами?
10. Від чого залежить ймовірність будь-якого стану системи у майбутньому?
11. Що відносять до особливих властивостей марківських процесів?
12. Що потрібно задати, щоб цілком визначити марківський ланцюг з r можливими станами?
13. Яким чином можна визначити вектор $P_j^{3n} = (P_1^{(3)}, P_2^{(3)}, P_3^{(3)})$ з дерева розвитку марківського процесу для трьох інтервалів часу?
14. Для чого використовують апарат теорії марківських процесів?

Завдання для самоконтролю:

Марківська задача прийняття рішень

Розглянемо простий приклад, який буде служити нам на протягом всього часу розгляду марківських процесів. Не дивлячись на простоту, висновки, які ми зробимо знаходять застосування в області управління запасами, заміни обладнання, контролю і регулювання грошових потоків і т.д.

Кожний рік на початку сезону проводиться хімічний аналіз стану ґрунту у саду. В залежності від результатів аналізу продуктивність праці на новий сезон оцінюється як 1) хороша, 2) задовільна чи 3) погана.

В результаті багаторічних спостережень помітили, що продуктивність в поточному році залежить тільки від стану ґрунту в попередньому році. Тому ймовірності переходу ґрунту з одного стану продуктивності в другий для кожного року можна представити як ймовірності переходу в наступному ланцюзі Маркова.

$$P^1 = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перехідні ймовірності в матриці P^1 показують, що продуктивність ґрунту в поточному році не краща, ніж у попередньому. Наприклад, якщо стан ґрунту в поточному році є задовільним (стан 2), то в наступному році він може залишитися задовільним з ймовірністю 0,5 чи стати поганим (стан 3) з тією ж ймовірністю.

В результаті різноманітних агротехнічних заходів можна змінити перехідні ймовірності P^1. Для підвищення продуктивності ґрунту переважно застосовуються добрива. Цей захід приводить до нової матриці перехідних ймовірностей P^2.

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}05 & 0{,}4 & 0{,}55 \end{pmatrix}.$$

Працівники можуть прийняти рішення використовувати чи не використовувати добрива, його прибуток чи збиток буде змінюватися в залежності від прийнятого рішення. Матриці R^1 і R^2 визначають функції доходу (в сотнях у.о.) і відповідають матрицям перехідних ймовірностей P^1 і P^2.

$$R^1 = \left\| r_{ij}^1 \right\| = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$R^2 = \left\| r_{ij}^2 \right\| = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Елементи r_{ij}^2 матриці R^2 враховують витрати, пов'язані із застосуванням добрива. Наприклад, якщо система знаходиться у стані 1 і залишається у цьому стані і в наступному році, то прибуток буде рівним $r_{11}^2 = 6$, якщо ж добрива не використовуються, $r_{11}^1 = 7$.

Маючи результати хімічного аналізу ґрунту, працівники повинні вибрати найкращу стратегію поведінки (удобрювати чи не удобрювати ґрунт). При цьому оптимальність прийнятого рішення ґрунтується на максимізації сподіваного прибутку.

Працівників може також цікавити оцінка сподіваного прибутку по наперед визначеній стратегії поведінки при тому чи іншому стані системи. Наприклад, вони можуть прийняти рішення завжди застосовувати добрива, якщо стан ґрунту поганий (стан 3). У такому випадку говорять, що процес прийняття рішення описується стаціонарною стратегією.

Кожній стаціонарній стратегії відповідають свої матриці перехідних ймовірностей і доходів, які можна побудувати на основі матриць P^1, P^2, R^1 і R^2. Наприклад, для стаціонарної стратегії, яка вимагає застосування добрива тільки тоді, коли стан ґрунту поганий (стан 3), результуючі матриці перехідних ймовірностей і доходів задаються наступними виразами.

$$P=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3\\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5\\ 0{,}05 & 0{,}4 & 0{,}55\end{pmatrix},\quad R=\begin{pmatrix}7 & 6 & 3\\ 0 & 5 & 1\\ 6 & 3 & -2\end{pmatrix}.$$

Ці матриці відрізняються від P^1 і R^1 тільки третьою стрічкою, яка включена в них з матриць P^2 і R^2. Причина цього в тому, що P^2 і R^2 - матриці, які відповідають ситуації, коли добрива застосовуються при будь-якому стані ґрунту (поганому стані).

Укладач: ____________ Васьків О.М.,ст. викладач

(підпис) (ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)