|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **UNBIZ1957с** | **МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  **ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА**  **ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ ФІНАНСАМИ ТА БІЗНЕСУ**  **ЗАТВЕРДЖЕНО**  **на засіданні кафедри цифрової економіки та бізнес аналітики**  **протокол № 1 від “28” серпня 2020 р.**  **Зав. кафедри \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Шевчук І.Б.**  (підпис)    **ПЛАНИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ**  **І МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**  **ЩОДО ЇХ ПРОВЕДЕННЯ**  **З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**   |  | | --- | | **Економіко-математичне моделювання** | | (назва навчальної дисципліни) | | **галузь знань:** 07 «Управління та адміністрування», 05«Cоціальні та поведінкові науки» | | (шифр і назва галузі знань) | | **спеціальність:**071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 051 «Економіка» | | (шифр і назва спеціальності) | | **спеціалізація:** Облік, аналіз та фінансові розслідування; Фінанси, митна та податкова справа; Інформаційні технології в бізнесі  **освітній ступінь:** бакалавр | | (бакалавр/магістр) | |  |   **Укладач:**  Стадник Ю.А., к.е.н., доцент  **ЛЬВІВ 2020** |
| **Кафедра цифрової економіки та бізнес-аналітики** |

**1. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ**

Лабораторна робота – це форма навчального заняття, при якому студент під керівництвом викладача особисто проводить натурні або імітаційні експерименти з метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальної дисципліни. При цьому він набуває навичок у роботі з лабораторним устаткуванням, обладнанням, обчислювальною технікою, вимірювальною апаратурою, методикою експериментальних досліджень у конкретній галузі.

Лабораторні роботи завжди виконуються після вивчення певного розділу (чи розділів) теоретичного курсу, оскільки вони є практичним підтвердженням теоретичних положень і висновків. Крім того, лабораторні заняття прищеплюють любов до предмета і сприяють розвитку навичок, які потрібні для практичної і винахідницької діяльності.

Лабораторні роботи відіграють важливу роль у підготовці фахівців через самостійну виконавчу діяльність. Виконуючи лабораторну роботу, студенти повинні проявляти ініціативу в подоланні труднощів. Звертатися до викладача лише тоді, коли вичерпано всі можливості вирішення питань по виконанню окремого етапу лабораторної роботи.

Дидактичні цілі проведення лабораторних робіт:

* опанування методами експериментальних досліджень (обробка результатів дослідів);
* формування відчуття спеціалізованої техніки та оволодіння специфікою практичної роботи;
* набуття навичок з безпеки проведення експериментальних досліджень;
* узагальнення, систематизація та поглиблення теоретичного матеріалу завдяки його практичному застосуванню;
* формування умінь застосовувати отримані знання в практичній діяльності, формування компетенцій;
* розвиток аналітичних та проектувальних вмінь;
* вироблення самостійності, відповідальності і творчої ініціативи.

Отримані на понятійно-аналітичному рівні уміння та навички є суттєвим компонентом компетенції фахівця.

Тематика лабораторних робіт визначається робочою програмою дисципліни.

Лабораторне завдання (робота) може носити репродуктивний, частково-пошуковий і пошуковий характер. Роботи, що носять репродуктивний характер, відрізняються тим, що при їх проведенні студенти користуються детальними інструкціями, в яких вказані: мета роботи, пояснення (теорія, основні характеристики), порядок виконання роботи, таблиці, висновки (без формулювань), контрольні питання, література.

Роботи, що носять частково-пошуковий характер, відрізняються тим, що при їх проведенні студенти не користуються детальними інструкціями, їм не заданий порядок виконання необхідних дій. В такому випадку студентам потрібно самим вибрати спосіб виконання лабораторної роботи.

Роботи, що носять пошуковий характер, відрізняються тим, що студенти повинні вирішити нову для них проблему, спираючись на наявні у них теоретичні знання.

Лабораторні заняття проводяться в спеціально обладнаних навчальних лабораторіях з використанням спеціального устаткування. В окремих випадках лабораторні заняття можуть проводитися в умовах реального професійного середовища.

Лабораторні роботи здебільшого належать до класу «жорстких», що виконуються згідно із заздалегідь підготовленим планом. Такі заняття мають на меті придбання та закріплення базових знань, відповідних умінь та навичок за відомим алгоритмом. Заняття передбачають активність студентів, але навчальні цілі обмежені відсутністю творчості студентів.

При організації підготовки до лабораторних робіт і їх виконання особливу увагу необхідно приділяти техніці безпеки.

Студент під час проведення лабораторних робіт повинен:

* беззаперечно дотримуватись правил охорони праці;
* ознайомитись з методичними рекомендаціями щодо проведення лабораторних робіт;
* виконати лабораторну роботу за відповідною методикою;
* скласти звіт про виконання лабораторної роботи;
* захистити результати лабораторної роботи;
* одержати оцінку за лабораторну роботу через визначену форму контролю (захист звітів лабораторних робіт).

Викладач повинен:

* + провести інструктаж студентів щодо правил безпеки;
  + керувати проведення лабораторної роботи;
  + здійснити поточний контроль опанування студентами методичних рекомендацій;
  + забезпечити дотримування правил безпеки при виконанні лабораторної роботи;
  + скласти графік консультацій;
  + оцінити навчальну діяльність студента у процесі виконання лабораторної роботи.

У ході проведення лабораторного заняття викладач зобов’язаний забезпечити якісне виконання завдань, спрямувати студентів на творчий пошук.

Обов’язково за кожне лабораторне або практичне заняття викладач повинен оцінити рівень практичних умінь студента. Виконана робота реєструється в навчальному журналі. Усі студенти повинні зробити кожне завдання на лабораторну роботу з дисципліни.

**2. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ заня-ття** | **Тема лабораторного заняття.**  **Контрольні роботи (заліки по модулях)** | **Кіль­кість годин** |
| ***1*** | 2 | 3 |
|  | **ЗАЛІКОВИЙ МОДУЛЬ №1** |  |
| 1 | Тема 1. Концептуальні аспекти математичного моделювання економіки. (Лабораторна робота №1) | 2 |
| 2 | Тема 2. Оптимізаційні економіко-математичні моделі. Задачі лінійного програмування. (Лабораторна робота №2) | 8 |
| 3 | Тема 3. Транспортна задача та методи її розв’язування. Елементи теорії ігор. (Лабораторна робота №3) | 8 |
| 4 | Тема 4. Принципи побудови економетричних моделей. Парна лінійна регресія. (Лабораторна робота №4) | 6 |
| 5 | Тема 5. Моделі множинної регресії. Застосування нелінійних функцій. (Лабораторна робота №5) | 6 |
| 6 | Контрольна робота | 2 |
|  | **Разом годин** | **32** |

**План лабораторного заняття № 1**

**Тема № 1**. Концептуальні аспекти математичного моделю­вання економіки

**Навчальний час:** 2 год.

**Міжпредметні зв’язки:** Навчальна дисципліна „Економіко-математичне моделювання” пов’язана з такими дисциплінами як «Інформаційні та комунікаційні технології», «Макроекономіка», «Мікроекономіка», «Математика для економістів».

**Мета і завдання лабораторного заняття**: ознайомитись з основними з функціями MS Excel для роботи з матрицями та масивами.

**Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:**

1. Що таке визначник матриці?
2. Яка функція визначає обернену матрицю?
3. Як визначається довжина вектора?
4. Як знайти кут між двома векторами?
5. Як записується система лінійних рівнянь у матричному вигляді?
6. Яка функція використовується для множення матриць?
7. Яка функція використовується для знаходження оберненої матриці?

**Завдання:**

Виконати такі операції:

1. Додати матриці **M**(А1:С2) і **N**(C3:E4).

2. Записати матрицю 5\***М**.

3. Записати матрицю 5\***М** – 3\***N**.

4. Транспонувати матриці **М** та **N**.

5. Обчислити визначник матриці **К**(В1:Е4).

6. Записати матрицю, обернену до матриці **К**.

7. Знайти добуток матриць **М** і **L**(D1:E3).

8. Знайти квадрат матриці **К**.

9. Додати вектори **а**(А1:С1) і **b**(А2:С2).

10. Знайти вектор 5**a–**2**b**.

11. Знайти довжину вектора 5**a–**2**b**.

12. Знайти добуток векторів **a** і **b** в комірці A5.

13. Знайти косинус кута між цими векторами у комірці B5.

14. Знайти кут між векторами **a** і **b** в градусах у комірці C5.

15. Знайти кут між векторами **c**(A2:A4) і **d**(B2:B4) у радіанах у комірці C5.

15. Розв’язати матричним методом систему лінійних рівнянь з основною матрицею **S**(A1:D4) і розширеною матрицею **T**(A1:E4).

16. Завершити роботу, зберегти файл.

**Теоретичні відомості та методичні вказівки для виконання**

При виконанні роботи необхідно вибрати масив чи комірку для розміщення очікуваного результату, потім вибрати відповідну функцію (з одним чи більшою кількістю входів), вказати масиви аргументів і завершити операцію комбінацією клавіш **Ctrl+Shift+Enter**. (Замість Enter можна вибрати курсором символ зеленого кольору в рядку формул, або **ОК** у вікні майстра відповідної функції.)

Для виконання операцій з матрицями використовують формули: МОПРЕД, ТРАНСП, МОБР, МУМНОЖ, операції додавання масивів однакових розмірів, множення масиву на число. Для операцій з векторами використовують формули СУММПРОИЗВ, СУММКВ, КОРЕНЬ, ACOS, ГРАДУСЫ.

Приклад вкладення формул при обчислення кута між двома векторами, координати яких містяться у масивах А1:С1, А2:С2, а результати в клітинці С5: = ГРАДУСЫ (ACOS (СУММПРОИЗВ (А1:С1; А2:С2) / КОРЕНЬ (СУММКВ  (А1:С1) \* СУММКВ ( А2 :С2)))).

При виконанні роботи необхідно слідкувати за узгодженістю масивів, які використовуються в операціях із матрицями. Скалярний добуток двох векторів можна теж розглядати як добуток матриці-рядка на матрицю-стовпець.

Вихідні дані до роботи подані в таблиці:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 13 |
| 2 | 2 | 0 | 1 | 3 | 8 |
| 3 | 3 | 1 | 0 | 2 | 9 |
| 4 | 0 | 3 | 2 | 1 | 6 |

**Форми контролю знань** – презентація виконаних завдань в електронному вигляді, обговорення виконаних завдань.

**Рекомендована література до теми лабораторного заняття:**

1. Васильків І. М., Карпінський Б. А., Максимук О. В., Шкулка С. К. Вступ до економетрики: Навч. посіб. – Львів: Львівський національ­ний університет ім. І. Франка, 2015. – 280 с.
2. Сингаевская Г. И. Функции в Ехcеl. Решение практических задач. М.: Издательский дом «Вильямс», 2009. – 880 с.

Інтернет ресурси:

1. [http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni](http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni_)\_metodi\_i \_ prikl adni \_modeli - Прикладні економіко-математичні моделі
2. Теоретичні основи кількісних методів моделювання та прогнозування економічних процесів// http:// bookss.co.ua/book\_medoti-ekonomyko-statestichnih-doslidzhen\_806/3\_1. -teoretichn- osnovi- klksnih-metodv -modelyuvannya-ta-prognozuvannya- ekonomchnih-procesv.

**Обладнання заняття, ТЗН тощо:** ноутбук, ПЕОМ.

**Завдання студентам на самостійне опрацювання навчального матеріалу, рішення задач, розв’язання вправ для підготовки до наступного лабораторного заняття.**

1. Оснайомитися з питанням постановки оптимізаційних задач.
2. Ознайомитись з прикладами математичної формалізації оптимізаційних задач.
3. Ознайомитись з методикою знаходження розв’язків оптимізаційної задачі засобами MS Excel.

**Укладачі:\_\_\_\_\_\_\_\_** доц. Мищишин О.Я., доц.Стадник Ю.А.

(підпис) (ПІБ, посада, наук. ступінь, вчене зван.)

**План лабораторного заняття № 2**

**Тема № 2**. **Оптимізаційні економіко-математичні моделі. Задачі лінійного програмування.**

**Навчальний час:** 8 год.

**Міжпредметні зв’язки:** Навчальна дисципліна „Економіко-математичне моделювання” пов’язана з такими дисциплінами як «Інформаційні та комунікаційні технології», «Макроекономіка», «Мікроекономіка», «Математика для економістів».

**Мета і завдання лабораторного заняття**: навчитись записувати числову економіко-математичну модель задач лінійного програмування та знаходити її розв’язок застосовуючи надбудову Поиск решения MS Excel.

**Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:**

1. Що таке оптимізаційна задача?
2. Яка економічна постановка задачі про максимізацію рентабельності виробництва (оптимальне використання сировини)?
3. Як записується цільова функція та обмеження задачі про максимізацію рентабельності виробництва?
4. Яка економічна постановка задачі про розкрій матеріалу?
5. Як записується цільова функція та обмеження задачі про розкрій матеріалу?
6. Як викликати надбудову Поиск решения MS Excel?
7. Які параметри можна задати в надбудові Поиск решения MS Excel?

**Завдання:**

1. Записати числову економіко-математичну модель задачі про максимальну рентабельність та знайти її розв’язок застосовуючи надбудову Поиск решения MS Excel.

2. Записати числову економіко-математичну модель задачі про розкрій матеріалу та знайти її розв’язок застосовуючи надбудову Поиск решения MS Excel.

3. Записати числову економіко-математичну модель задач лінійного програмування за варіантами, наведеними в таблицях 3, 4 та знайти їх розв’язки.

**Теоретичні відомості та методичні вказівки для виконання**

*1. Задача про максимальну рентабельність підприємства.* Використати запаси різного роду ресурси (сировина, електро­енергія, виробничі потужності, трудові ресурси), які потрібні для виго­товлення асортименту продукції, з максимальною рента­бельністю.

Економічна постановка та математична модель задачі є наступною.

Нехай: *m* – кількість ресурсів; *n* – кількість товарів; *aij* – кількість одиниць *і*-го ресурсу, які необхідні для виробництва одиниці *j*-го товару; *bi*– максимальна кількість одиниць *і*-го ресурсу, що можна використати у виробництві; *cj* – прибуток від реалізації одиниці *j*-го товару; *xj* – заплано­ваний рівень виробництва одиниць *j*-го товару.

Загальна кількість одиниць *і*-го ресурсу, що використовується у виробництві згідно з планом, дорівнює



Оскільки вона не повинна перевищувати максимальної кількості одиниць *і*-го ресурсу, яку можна використати у виробництві, то

.

Очевидно, що .

Прибуток, одержаний від виробництва *xj* одиниць *j*-го товару, дорівнює *cj**xj*, а загальний прибуток від виробництва визначаємо за формулою

.

З економічної точки зору задача полягає в тому, що треба так за­пла­нувати виробництво товарів, щоб загальний прибуток був макси­маль­ним. У термінах лінійного програмування задача має таке формулю­вання: знайти значення *n* змінних *x*1, *x*2,... *xn*, які задовольняють умови

,



і надають максимуму лінійній формі

.

Потрібно виконати знаходження розв’язків задачі про максимальну рентабельність.

Нехай деяке підприємство має запаси сировини трьох видів в кількостях  умовних одиниць. З цієї сировини може бути виготовлено два види продукції: - кількість одиниць *і*-го виду сировини, яка йде на виготовлення одиниці *j*-го виду продукції; - прибуток від реалізації одиниці кожного виду продукції.

Всі вказані величини покажемо в наступній таблиці:

Таблиця 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид  сировини | Кількість  сировини | Витрати сировини на продукцію | |
|  |  |
|  | 20 | 5 | 1 |
|  | 40 | 2 | 1 |
|  | 15 | 0 | 1 |

Задача зводиться до того, щоб скласти такий план випуску продукції, при якому прибуток підприємства від реалізації всієї продукції буде максимальним.

Для побудови математичної моделі даної задачі введемо такі позначення:

 - кількість одиниць продукції виду ,

- кількість одиниць продукції виду , які може виготовляти підприємство.

Знаючи кількість сировини кожного виду, яка йде на виготовлення одиниці продукції, і запаси сировини, можна скласти систему обмежень, яка визначає область можливих значень  і :



Отримана система обмежень означає, що кількість сировини, яка йде на виготовлення всіх видів продукції, не може перевищувати запасів, які є в наявності на підприємстві. На змінні накладаються додаткові обмеження, які вимагають невід’ємності їх значень:  . Тоді прибуток, який підприємство отримує від реалізації  одиниць продукції  і - одиниць продукції  складе .

Остаточно задача формулюється так.

Знайти такий вектор , при якому цільова функція  досягає максимуму і виконуються наступні обмеження:



 .

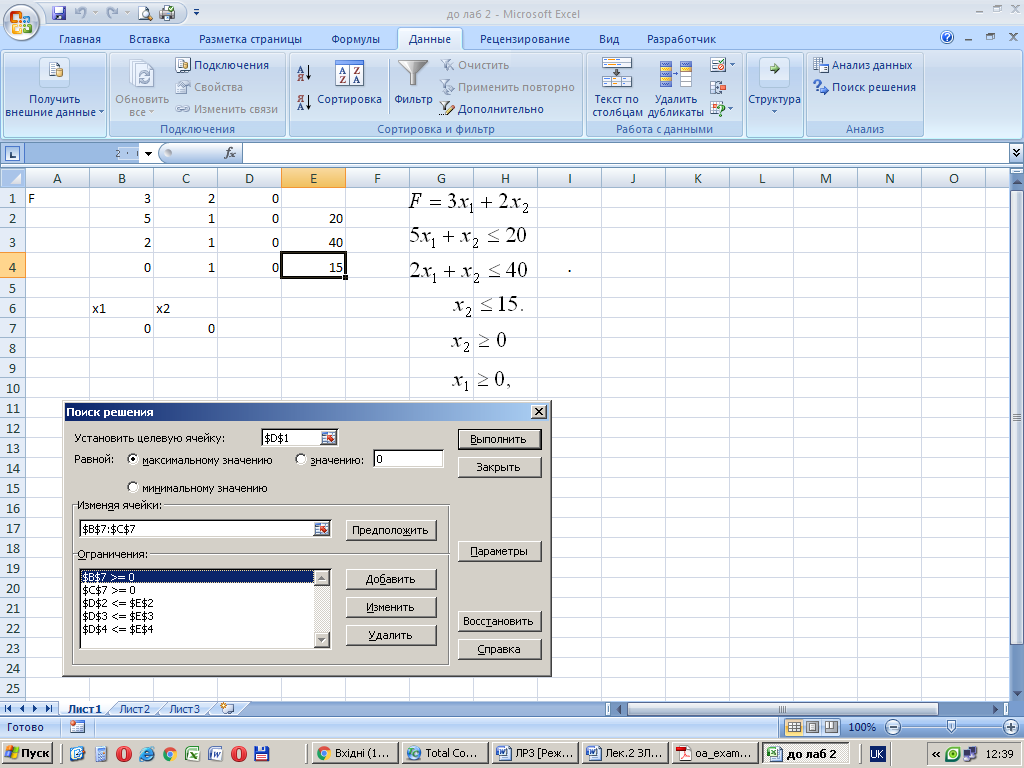
Використаємо функцію Solver у MS Excel для пошуку оптимального рішення. Для цього спочатку формуємо макет таблиці (відповідні рядки та стовпчики).

Заносимо обеження і цільову функцію y кoмipки. (рис. 1). Нexaй нeвiдoмi знaчeння *x*1, *x*2 бyдyть зaнocитиcя в кoмipки з aдpecaми *В7*, *С7*. Формулу цільової функції занесемо у комірку *D*1 у вигляді =B1\*$B$7+C1\*$C$7. Для першого обмеження  в дoвiльнy кoмipкy (нaпpиклад *D*2) пoтpiбнo зaнecти фopмyлy =B2\*$B$7+C2\*$C$7*.* Для другого обмеження  в дoвiльнy кoмipкy (нaпpиклад *D*3) пoтpiбнo зaнecти фopмyлy =B3\*$B$7+C3\*$C$7. Далі в комірку *D*4 занести формулу =B4\*$B$7+C4\*$C$7.

Пicля введення фopмyл вcix обмежень і цільової функції для poзв'язaння задачі лінійного програмування пoтpiбнo виконати тaкi дії:

1. B мeню **Tools** (**Сервис**) виберіть пункт **Solver** (**Поиск решения**). Пicля вибору йoгo aктивiзyєтьcя вiкнo Solver parameters*.*

2. У поле **Set Target Cell** (**Установить целевую ячейку**) введіть адресу або ім'я комірки, в якій знаходиться формула функції, що досліджується на екстремум. В даному випадку ввести **$D$**1 (рис. 1).



**3. Щоб максимізувати значення цільової комірки шляхом зміни значень комірок шуканих невідомих змінних, встановіть перемикач** Equval to**(**Равной**)** **у положення** Max **(**максимальному значению**)**.

Щоб мінімізувати значення цільової комірки шляхом зміни значень комірок шуканих невідомих змінних, встановіть перемикач у положення **Min** (**минимальному значению**).

Щоб знайти значення в цільовій комірці, яке дорівнює деякому числу шляхом зміни значень комірок шуканих невідомих змінних, встановіть перемикач у положення **Value of** (**значению**) і введіть у відповідне поле необхідне число.

В нашому випадку встановлюємо перемикач у положення **Max** (**максимальному значению**).

4. У поле **By Changing Cells** (**Изменяя ячейки**) введіть імена чи адреси комірок шуканих невідомих змінних, розділяючи їх комами або за допомогою мишки вказати необхідні комірки. Допускається вста­нов­лен­ня до 200 змінюваних комірок. В нашому випадку введемо **$B$**7**:$C$**7. Щоб автоматично знайти всі комірки, що впливають на цільову функцію, натисніть кнопку **Предположить**.

5. У поле **Subject to the Constraints** (**Ограничения**) введіть всі обмеження, що накладаються на пошук розв’язку. Для цього натисніть кнопку **Add** (**Добавить**). Відкриється вікно **Add constrainf** (**Добавление ограничения**). У поле **Cell Reference** (**Ссылка на ячейку**) ввести комірку чи діапазон, на значення яких необхідно накласти обмеження. Поле **Ограничение** служить для задання умови, що накладається на значення комірки чи діапазону, зазначеного в полі **Ссылка на ячейку**. Виберіть необхідний умовний оператор ( <=, =, >=, цел або двоич ). Введіть обмеження – число, формулу, посилання на чи осередок діапазон – у поле праворуч від списку, що розкривається. Натисніть на кнопку **Добавить**, щоб, не повертаючись у вікно діалогу **Параметры поиска решения**, накласти нову умову на пошук розв’язку задачі.

В нашому випадку потрібно ввести як на рисунку 1.

6. Натисніть кнопку **Выполнить**.

7. Щоб зберегти знайдений розв’язок, встановіть перемикач у діалоговому вікні **Solver Results** (**Результаты поиска решения**) в положення **Keep Solver Solution** (**Сохранить найденное решение**).

Щоб відновити вихідні дані, встановіть перемикач у положення **Restore Original Values** (**Восстановить исходные значения**).

В нашому випадку отримаємо в комірці $В$1 число 33, в комірці $В$7 число 1 і в комірці $С$7 число 15. Отже, оптимальний розв’язок лінійної задачі програмування має вигляд .

2**.Bcтaнoвлeння пapaмeтpiв надбудови “Поиск решения”**

Piзнi пapaмeтpи для пpoцeдypи пoшyкy piшeння мoжнa вcтaнoвити нaтиcнyвши кнoпкy **Options** (**Параметры**) y вiкнi **Solver Parameters**(**Параметры поиска решения**), пicля чoгo вiдкpиєтьcя вiкнo дiaлoгy **Solver Options**(**Параметры поиска решения**)*.* Poзглянeмo пyнкти налаштування, якi мicтить в coбi цe вiкнo.

*Max Tіme* (*Максимальное время*) *-* Cлyжить для oбмeжeння чacy, видiлeнoгo нa пoшyк розв’язку зaдaчi. B цe пoлe мoжнa ввecти чac (в ceкyндax), щo нe пepeвищye 32767. Знaчeння 100, щo викopиcтoвyєтьcя за зaмoвчyвaнням, дoзвoляє розв’язанню бiльшocтi пpocтиx зaдaч.

*Іterations* (*Итерации*) *-* Cлyжить для yпpaвлiння чacoм розв’язування зaдaчi шляxoм oбмeжeння чиcлa пpoмiжниx oбчиcлeнь. B пoлe мoжнa ввecти цiлe чиcлo, якe нe пepeвищyє 32767, a знaчeння 100, щo викopиcтoвyєтьcя за зaмoвчyвaнням є дocтaтнiм для poзв'язкy бiльшocтi пpocтиx зaдaч.

*Precision* (*Точность*) *-* Cлyжить для зaдaння тoчнocтi, з якoю визнaчaєтьcя вiдпoвiдніcть кoмipки цiльвoмy знaчeнню aбo нaближeння дo вкaзaниx мeж. Пoлe мaє мicтити чиcлo з iнтepвaлy вiд 0 дo 1. Hизькa тoчнicть вiдпoвiдaє ввeдeнoмy чиcлy, щo мicтить мeншy кiлькicть дecяткoвиx знaкiв, нiж чиcлo, якe викopиcтoвyєтьcя за зaмoвчyвaнням, нaпpиклaд 0.0001. Bиcoкa тoчнicть збiльшyє чac, пoтpiбний для тoгo, щoб збігався пpoцec оптимізації*.*

*Tolerance* (*Допустимое отклонение*) *-* Cлyжить для вcтaнoвлeння дoпycтимoгo вiдxилeння вiд oптимaльнoгo розв’язку, якщo мнoжинa знaчeнь впливaючoї кoмipки oбмeжeнa мнoжинoю цiлиx чиceл. Пpи вcтaнoвлeннi бiльшoгo вiдxилeння пoшyк розв’язку зaкiнчyєтьcя швидшe.

*Assume Linear Model* (*Линейная модель*) *-* Cлyжить для пришвидшення розв’язування лiнiйнoї зaдaчi oптимiзaцiї aбo лiнiйнoї aпpoкcимaції нeлiнiйнoї зaдaчі.

*Show Iterations Results* (*Показывать результаты итераций*) *-* Cлyжить для пpизyпинeння пoшyкy розв’язку для пepeглядy peзyльтaтiв oкpeмиx iтepaцiй.

*Use Automatic Scaling* (*Автоматическое масштабирование*) *-* Cлyжить для увімкнення aвтoмaтичнoї нормалiзації вxiдниx i виxiдниx знaчeнь, що якісно вiдpiзняютьcя за вeличиною, нaпpиклaд, мaкcимiзaцiя пpибyткy в пpоцeнтax по вiднoшeнню до вкладів, які oбpaxoвyютьcя в мiльйoнax гpивeнь.

*Estimates* (*Оценка*) *-* Cлyжить для вcтaнoвлeння мeтoдy eкcтpaпoляцiї (лiнiйнoї aбo квaдpaтичнoї), щo викopиcтoвyєтьcя для oтpимaння вxiдниx oцiнoк знaчeнь змiнниx в кoжнoмy oднoмipнoмy пoшyкy.

*Tangent* (*Линейная*) *-* Cлyжить для викopиcтaння лiнiйнoї eкcтpa­пoляцiї вздoвж дoтичнoгo вeктopa.

*Quadratic* (*Квадратичная*) *-* Cлyжить для викopиcтaння квaдpaтичнoї eкcтpaпoляцiї, якa дaє кpaщi peзyльтaти пpи poзв'язyвaннi нeлiнiйниx зaдaч.

*Derivatives* (*Производные*) - Cлyжить щoб вкaзaти мeтoд чиcлoвoгo дифepeнцiювaння (пpямi чи цeнтaльнi пoxiднi), який викopиcтoвyєтьcя для oбчиcлeння чacтинниx пoxiдниx цiльовиx тa oбмeжyючиx фyнкцiй.

*Forward* (*Прямые*) - Bикopиcтoвyєтьcя для глaдкиx нeпepepвниx фyнкцiй.

*Central* (*Центральные*) *-* Bикopиcтoвyєтьcя для фyнкцiй, якi мaють poзipвaнy пoxiднy. He дивлячиcь нa тe, щo дaний cпociб вимaгaє бiльше oбчиcлeнь, вiн мoжe дoпoмoгти пpи oтpимaннi пiдcyмкoвoгo пoвi­дoм­лeння пpo тe, щo пpoцeдypa пoшyкy розв’язку нe мoжe пoкpaщити пoтoчний нaбip впливaючиx кoмipoк.

*Search* (*Метод*) *-* Cлyжить для вибopy aлгopитмa oптимiзaцiї (мeтoду Hьютoнa aбo cпpяжених градієнтів)*.*

*Newton* (*Метод Ньютона*) *-* Cлyжить для peaлiзaцiї квaзi­ньютo­нiвcькoгo мeтoдy, для якoгo пoтpiбнo бiльшe пaм'ятi, aлe викoнyєтьcя мeншe iтepaцiй нiж в мeтoдi cпpяжeниx гpaдiєнтiв.

*Conjugate* (*Метод сопряженных градиентов*) *-* Cлyжить для peaлiзaцiї мeтoду cпpяжeниx гpaдieнтiв, для якoгo пoтpiбнo мeншe пaм'ятi, aлe викoнyєтьcя бiльшe iтepaцiй нiж в мeтoдi Hьютoнa. Дaний мeтoд пoтpiбнo викopиcтoвyвaти, якщo зaдaчa дocтaньo вeликa i пoтpiбнo eкoнoмити пaм'ять, a тaкoж якщo iтepaцiї дaють дyжe мaлy вiдмiннicть в пocлiдoвниx нaближeнняx.

*Load Model* (*Загрузить модель*) *-* Cлyжить для вiдoбpaжeння нa eкpaнi вiкнa дiaлoгy *Load Model*, в якoмy мoжнa зaдaти пocилaння нa дiaпaзoн кoмipoк, який мicтить мoдeль, щo зaвaнтaжyєтьcя.

*Save Model* (*Сохранить модель*) *-* Cлyжить для вiдoбpaжeння нa eкpaнi вiкнa дiaлoгy *Save Model*, в якoмy мoжнa зaдaти пocилaння нa дiaпaзoн кoмipoк, пpизнaчeний для збepiгaння мoдeлi oптимiзaцiї. Дaний вapiaнт пepeдбaчeний для збepiгaння нa "лиcткy" бiльшe oднiєї мoдeлi oптимiзaцiї, причому пepшa мoдeль збepiгaєтьcя aвтoмaтичнo.

**3. Задача раціонального розкрою матеріалу**

*Розкроїти матеріал на заготовки різного виду з мінімальними втратами.*

*Економічна постановка та математична модель задачі*

Потрібно розрізати партію прутів. Наявна кількость  прутів і їх довжина відома. Відома також кількість заготовок кожного виду, яку необхідно виготовити. Введемо такі позначення:

4_049_0001 — вид заготовки;

4_051 — спосіб розрізання прута;

4_053 — кількість заготівок r-го виду, які отримуємо з одного прута у разі його розрізування  j-им способом;

cj — відходи з одного прута в разі його розрізування  j-им способом;

4_055 — кількість наявних прутів;

Dr — нижня межа потреби в r-ій заготівці;

Тоді змінною задачі буде:

xj — кількість прутів, які розрізані за j-им способом.

Запишемо математичну модель для розв’язування задачі оптимального розкрою.

Критерієм оптимальності є мінімальна кількість відходів:

4_057.

Кількість отриманих заготівок кожного виду має бути не меншою від зазначених потреб:

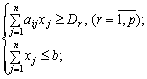
4_059

Сумарна кількість прутів, які розрізані різними способами не може бути більшою від кількості наявних прутів:

4_061.

Змінні задачі 4_063 — невід’ємні і цілі числа. Отже, маємо математичну модель:

4_057_0000



4_068_0001,

4_063_0000 — цілі числа 4_071.

Виконаємо числовий приклад задачі про розкрій матеріалу. Нехай у цеху розрізують прути завдовжки 6 м на заготівки довжиною 1,4, 2 і 2,5 м. Цех обслуговує замовника, для якого необхідно знайти як розрізати 200 прутів, щоб отримати не менше як 40, 60 і 50 заготівок завдовжки відповідно 1,4; 2 і 2,5 м. Критерій оптимізації — мінімум відходів.

Побудуємо числову економіко-математичну модель розрізування прутів, розглянувши можливі варіанти їх розрізування:

Таблиця 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Довжина заготівки, м | Варіант розрізування прутів | | | | | | |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 1,4 | 4 | — | — | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | — | 3 | — | 1 | 2 | 1 | — |
| 2,5 | — | — | 2 | 1 | — | — | 1 |
| Довжина відходів, м | 0,4 | 0 | 1 | 0,1 | 0,6 | 1,2 | 0,7 |

Бажано, щоб у множину ввійшли всі можливі варіанти, навіть такі, які на перший погляд здаються неефективними, наприклад, Х6.

Запишемо числову економіко-математичну модель розрізування прутів:

4_073_0003

за умов:

а) кількість заготівок завдовжки 1,4 м:

4_075_0000;

б) кількість заготівок завдовжки 2 м:

4_077_0000;

в) кількість заготівок завдовжки 2,5 м:

4_079_0003;

г) кількість наявних прутів:

4_081_0002;

д) невід’ємність змінних:

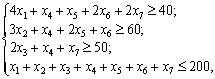
4_083_0002;

є) цілочисловість змінних:

4_063_0001 — цілі числа 4_086_0004.

Отже, загалом маємо математичну модель виду:

4_073_0004



4_091_0000,

4_063_0002 — цілі числа 4_086_0005.

Потрібно внести дані задачі у файл MS Excel та знайти її розв’язки за допомогою пошуку рішення.

4. Запишіть числову економіко-математичну модель задач максимізації прибутку та оптимального розкрою матеріалів за варіантами наведеними в таблицях.

*Для виготовлення двох видів продукції П*1 *і П*2 *використовують три види сировини А*1, *А*2 *і А*3*. Запаси сировини*, *норми їх витрат і прибуток від реалізації одиниці продукції задано у таблиці. Знайти розмір максимального прибутку, який можна одержати за наявності даних запасів сировини.*

Таблиця 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Затрати ресурсів на одиницю продукції | | | | | | **Наявність ресурсів** | | | **Прибуток** | |
| А1 | | А2 | | А3 | | А1 | А2 | А3 | П1 | П2 |
| П1 | П2 | П1 | П2 | П1 | П2 |
|  | 13 | 7 | 17 | 16 | 4 | 9 | 361 | 520 | 248 | 11 | 8 |
|  | 1 | 1 | 4 | 7 | 1 | 4 | 18 | 93 | 48 | 24 | 36 |
|  | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 101 | 99 | 37 | 27 | 24 |
|  | 4 | 13 | 5 | 6 | 11 | 5 | 379 | 197 | 335 | 25 | 12 |
|  | 3 | 1 | 9 | 4 | 3 | 4 | 45 | 144 | 96 | 9 | 8 |
|  | 14 | 15 | 1 | 2 | 9 | 5 | 400 | 49 | 220 | 21 | 18 |
|  | 11 | 6 | 1 | 2 | 15 | 14 | 324 | 60 | 500 | 10 | 7 |
|  | 2 | 1 | 1 | 5 | 4 | 15 | 48 | 100 | 225 | 12 | 9 |
|  | 3 | 8 | 7 | 2 | 1 | 1 | 187 | 143 | 29 | 10 | 6 |
|  | 2 | 7 | 1 | 1 | 6 | 1 | 126 | 30 | 120 | 20 | 15 |
|  | 9 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 175 | 65 | 60 | 15 | 10 |
|  | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 80 | 58 | 75 | 10 | 12 |
|  | 5 | 2 | 2 | 3 | 1 | 8 | 125 | 83 | 152 | 12 | 10 |
|  | 3 | 2 | 4 | 1 | 7 | 8 | 65 | 70 | 235 | 30 | 20 |
|  | 2 | 2 | 7 | 2 | 3 | 8 | 58 | 143 | 197 | 15 | 21 |
|  | 1 | 1 | 12 | 5 | 1 | 4 | 37 | 360 | 100 | 12 | 9 |
|  | 2 | 1 | 2 | 5 | 3 | 4 | 34 | 105 | 91 | 9 | 7 |
|  | 4 | 7 | 5 | 14 | 2 | 1 | 196 | 350 | 68 | 15 | 30 |
|  | 14 | 15 | 2 | 1 | 6 | 11 | 500 | 60 | 324 | 14 | 10 |
|  | 14 | 3 | 2 | 2 | 2 | 13 | 280 | 62 | 260 | 15 | 18 |
|  | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 75 | 58 | 80 | 15 | 18 |
|  | 5 | 2 | 4 | 3 | 3 | 6 | 98 | 84 | 91 | 18 | 10 |
|  | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 15 | 51 | 120 | 300 | 6 | 9 |
|  | 2 | 5 | 4 | 3 | 2 | 4 | 80 | 91 | 68 | 15 | 12 |
|  | 18 | 15 | 5 | 11 | 13 | 4 | 591 | 335 | 379 | 12 | 22 |

*Розкроїти матеріал на заготовки п’яти видів (Bi* – *план заготовок* *i*-го *виду* *i*=1…5, S*i – площа загатовки виду Bi) з мінімальними втратами матеріалу n* – *різ­ними способами розкрою стандартного матеріалу площею* S*.*

Для запису економіко-математичної моделі введіть позначення: *m* – кількість різних видів заготовок ; *Di* – план заготовок *i*-го виду *i*=1 … *m; n* – кіль­кість різ­них способів розкрою стандартного матеріалу; *аij* – кількість заготовок *i*-го виду, одержаних з одного листа матеріалу за допомогою *j*-го способу розкрою; *cj* – кількість від­ходів при *j*-тому способі розкрою; *z* - загальна кількість відходів.

Таблиця 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | План загатовок | | | | |  | Площі матеріалу та заготовок | | | | | |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | n | S | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 |
|  | 120 | 170 | 125 | 205 | 75 | 70 | 15х90 | 2х3 | 5х5 | 2х4 | 6х2 | 4х4 |
|  | 100 | 150 | 25 | 215 | 70 | 90 | 25х90 | 2х4 | 3х3 | 3х4 | 6х3 | 2х2 |
|  | 140 | 135 | 55 | 230 | 60 | 80 | 60х70 | 2х5 | 2х2 | 1х4 | 5х2 | 3х4 |
|  | 170 | 125 | 205 | 75 | 70 | 65 | 25х90 | 2х9 | 5х5 | 3х5 | 6х1 | 5х2 |
|  | 150 | 25 | 215 | 70 | 90 | 90 | 35х70 | 2х4 | 5х3 | 2х9 | 6х3 | 5х5 |
|  | 135 | 55 | 230 | 60 | 80 | 85 | 25х90 | 2х4 | 3х3 | 3х4 | 6х3 | 2х2 |
|  | 150 | 25 | 125 | 205 | 75 | 70 | 60х70 | 2х3 | 2х2 | 2х4 | 5х3 | 3х4 |
|  | 135 | 55 | 25 | 215 | 70 | 90 | 25х90 | 2х7 | 2х3 | 3х4 | 6х3 | 5х3 |
|  | 125 | 205 | 55 | 230 | 60 | 80 | 85х60 | 1х3 | 5х4 | 2х4 | 5х2 | 4х4 |
|  | 25 | 215 | 205 | 75 | 70 | 65 | 60х90 | 2х4 | 3х2 | 3х5 | 4х3 | 3х3 |
|  | 55 | 230 | 215 | 70 | 90 | 90 | 50х70 | 2х3 | 2х4 | 1х4 | 5х3 | 3х4 |
|  | 75 | 70 | 230 | 60 | 80 | 85 | 35х90 | 2х7 | 5х5 | 2х5 | 6х3 | 5х3 |
|  | 70 | 90 | 205 | 75 | 70 | 65 | 65х75 | 2х6 | 5х3 | 2х7 | 6х2 | 5х5 |
|  | 60 | 80 | 140 | 135 | 55 | 60 | 65х90 | 2х4 | 3х3 | 3х4 | 5х3 | 2х2 |
|  | 70 | 65 | 170 | 125 | 205 | 205 | 50х75 | 2х4 | 2х2 | 2х5 | 5х3 | 3х4 |
|  | 90 | 90 | 150 | 25 | 215 | 215 | 35х80 | 2х7 | 2х3 | 1х5 | 6х4 | 5х3 |
|  | 80 | 85 | 135 | 55 | 230 | 230 | 85х70 | 1х3 | 5х4 | 2х4 | 5х2 | 4х4 |
|  | 75 | 70 | 150 | 25 | 125 | 75 | 60х80 | 2х4 | 3х2 | 3х5 | 4х3 | 3х3 |
|  | 70 | 90 | 135 | 55 | 25 | 70 | 50х60 | 2х3 | 2х4 | 1х4 | 5х3 | 3х4 |
|  | 60 | 80 | 125 | 205 | 55 | 60 | 35х70 | 2х7 | 5х5 | 2х5 | 6х3 | 5х3 |
|  | 70 | 65 | 25 | 215 | 205 | 75 | 65х65 | 2х6 | 5х3 | 2х7 | 6х2 | 5х5 |
|  | 90 | 90 | 55 | 230 | 215 | 135 | 65х80 | 2х4 | 2х3 | 3х4 | 5х3 | 2х2 |
|  | 80 | 85 | 75 | 70 | 230 | 125 | 50х55 | 2х4 | 2х2 | 2х6 | 5х3 | 3х4 |
|  | 70 | 90 | 135 | 55 | 25 | 70 | 35х70 | 2х7 | 2х3 | 1х6 | 6х3 | 5х2 |
|  | 60 | 80 | 125 | 205 | 55 | 60 | 50х45 | 2х3 | 2х2 | 2х5 | 1х3 | 3х4 |

**Форми контролю знань** – презентація виконаних завдань в електронному вигляді, обговорення виконаних завдань.

**Рекомендована література до теми лабораторного заняття:**

1. Чемерис А., Юринець Р., Мищишин О. Методи оптимізації в економіці. Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 152с.

2. Сингаевская Г. И. Функции в Ехcеl. Решение практических задач. М.: Издательский дом «Вильямс», 2009. – 880 с.

3. Вітлінський В.В., Наконений СІ., Терещенко Т.О. Математичне програмування: Навч.-метод, посібник для самост. вивч. дисц. – К.: КНЕУ,2001. – 248 с.

5. Колодницький М. М. Основи теорії математичного моделювання систем. –Житомир, 2001. – 718с.

Інтернет сайти:

1. [http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni](http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni_)\_metodi\_i \_ prikladni \_modeli - Прикладні економіко-математичні моделі

2. ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/9599 - Моделювання світо господарських процесів: Підручник.

3.Теоретичні основи кількісних методів моделювання та прогнозування економічних процесів // <http://bookss.co.ua/book_medoti-ekonomyko-statestichnih-doslidzhen_806/3_1.-teoretichn-osnovi-klksnih-metodv-modelyuvannya-ta-prognozuvannya-ekonomchnih-procesv>.

**Обладнання заняття, ТЗН тощо:** ноутбук, ПЕОМ.

**Завдання студентам на самостійне опрацювання навчального матеріалу, рішення задач, розв’язання вправ для підготовки до наступного лабораторного заняття.**

1. Розглянути економічну постановку транспортної задачі.
2. Як записується економіко-математична модель транспортної задачі.
3. Розглянути методи розв’язування транспортної задачі
4. Ознайомитись з постановкою та записом теоретико-ігрової задачі.
5. Ознайомитись з методикою її розв’язування.

**Укладачі:\_\_\_\_\_\_\_\_** доц. Мищишин О.Я., доц.Стадник Ю.А.

(підпис) (ПІБ, посада, наук. ступінь, вчене зван.)

**План лабораторного заняття № 4**

**Тема № 4**. Принципи побудови економетричних моделей. Парна лінійна регресія.

**Навчальний час:** 6 год.

**Міжпредметні зв’язки:** Навчальна дисципліна „Економіко-математичне моделювання” пов’язана з такими дисциплінами як «Інформаційні та комунікаційні технології», «Макроекономіка», «Мікроекономіка», «Математика для економістів».

**Мета і завдання лабораторного заняття**: набуття практичних навиків застосування методу найменших квадратів для побудови парних і багатофакторних регресійних моделей.

**Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:**

1. Як виглядає запис рівняння парної лінійної регресійної моделі?
2. В чому полягає суть методу найменших квадратів?
3. Як виглядають формули для знаходження параметрів парної лінійної регресії?
4. Якою є математична інтерпретація параметрів парної лінійної регресії?
5. Що показує коефіцієнт еластичності?
6. Як виглядають формули для знаходження параметрів багатофакторної лінійної регресії в матричній формі?
7. Якою є економічна інтерпретація параметрів лінійної регресії?

**Завдання:**

**на основі звітних даних про залежність між факторами X1, X2, X3 та показни­ком Y, які наведені в таблицях 1-26, потрібно:**

1. Методом найменших квадратів визначити параметри парної лінійної регресії за даними таблиці 1, що характеризуватиме залежність витрат на одиницю продукції від рівня фондомісткості продукції.
2. Побудувати графіки на основі відповідних пар значень (xi; yi) – реальні дані залежності витрат від фондомісткості та (xi; yi\*) – теоретичні, змодельовані лінійною регресією дані.
3. Розрахувати коефіцієнт елеастичності витрат щодо фондомісткості.
4. Розрахувати, використовуючи матричний ме­тод найменших квадратів, параметри рівняння регресії (оператор **A**), що відображатиме зв’язок між тижневими витратами на харчування, загальними тижневими витратами і розміром сім’ї на основі даних таблиці 2.

**Теоретичні відомості та методичні вказівки для виконання**

Потрібно побудувати лінійну економетричну модель залежності витрат на одиницю продукції від рівня фондомісткості продукції. Вхідні дані в умовних одиницях і необхідні для розрахунку величини подано в **Tаблиці 1.**

Оскільки модель лінійна, аналітична залежність між витратами та фондомісткістю запишеться у вигляді

*Y = a0 + a1X + u.* (1)

**Перший спосіб** знаходження коефіцієнтів рівняння (1):

, (2)

, (3)

та величини *u*

*ui= yi- yi\**.(4)

**Другий спосіб** знаходження коефіцієнтів :

, (5)

 (6)

1).Заповнимо Tаблицю 1.

Таблиця 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | *yi* | *xi* | *xi2* | *xiyi* | *xi-x­с* | *yi-y­с* | *(xi-x­с)2* | *(xi-x­с)\* (yi-y­с)* | *yi\** | *ui* | *ui2* | *(yi-y­с)2* |
| 1 | 50 | 90 | 8100 | 4500 | -10,8 | -4,2 | 116,64 | 45,36 | 48,8 | 1,2 | 1,44 | 17,64 |
| 2 | 40 | 75 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 65 | 120 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 55 | 100 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 45 | 80 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 | 42 | 78 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 56 | 110 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 60 | 115 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 | 64 | 115 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 | 65 | 125 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Σ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| сер |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*x­с­*-середнє значення *x* компонент

*yi\**- теоретично-розраховане значення *yi*

2). Запишемо рівняння регресії, використовуючи формули (2), (3) та значення Таблиці 1.

3). Запишемо рівняння регресії, використовуючи формули (5), (6) та значення Таблиці 1.

4). Побудуємо графіки на основі відповідних пар значень (*xi*; *yi*) – реальні дані залежності витрат від фондомісткості та (*xi*; *yi*\*) теоретичні, змодельовані лінійною регресією дані.

5). Розрахуємо коефіцієнт елеастичності витрат щодо фондомісткості за співвідношенням:

 (7)

6). Тепер потрібно оцінити параметри економічної моделі, що характеризує залежність між тижневими витратами на харчування та загальними тижневими витратами і розміром сім’ї. Вихідні дані подано в *таблиці 2*.

**Таблиця 2.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Середні тижневі витрати на харчування, *y***  у.о. | **Середні тижневі загальні витрати *x1***  у.о. | **Середні розміри сім’ї *x2***  чол. |
| **1** | 22 | 45 | 1,5 |
| **2** | 34 | 75 | 1,6 |
| **3** | 50 | 125 | 1,9 |
| **4** | 67 | 223 | 1,8 |
| **5** | 47 | 92 | 3,4 |
| **6** | 66 | 146 | 3,6 |
| **7** | 81 | 227 | 3,4 |
| **8** | 106 | 358 | 3,5 |
| **9** | 70 | 135 | 5,5 |
| **10** | 95 | 218 | 5,4 |
| **11** | 119 | 331 | 5,4 |
| **12** | 147 | 490 | 5,3 |
| **13** | 93 | 175 | 8,5 |
| **14** | 133 | 305 | 8,3 |
| **15** | 169 | 468 | 8,1 |
| **16** | 197 | 749 | 7,3 |

Значення параметрів *а0*, *a1*, *a2* лінійної економетричної моделі *y = а0*+*a1x1+a2x2* знаходяться на основі оператора оцінювання *A=(XTX)-1XTY.*

**Форми контролю знань** – презентація виконаних завдань в електронному вигляді, обговорення виконаних завдань.

**Рекомендована література до теми лабораторного заняття:**

1. Васильків І. М., Карпінський Б. А., Максимук О. В., Шкулка С. К. Вступ до економетрики: Навч. посіб. – Львів: Львівський національ­ний університет ім. І. Франка, 2015. – 280 с.
2. Сингаевская Г. И. Функции в Ехcеl. Решение практических задач. М.: Издательский дом «Вильямс», 2009. – 880 с.

Інтернет ресурси:

1. [http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni](http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni_)\_metodi\_i \_ prikl adni \_modeli - Прикладні економіко-математичні моделі
2. Теоретичні основи кількісних методів моделювання та прогнозування економічних процесів// http:// bookss.co.ua/book\_medoti-ekonomyko-statestichnih-doslidzhen\_806/3\_1. -teoretichn- osnovi- klksnih-metodv -modelyuvannya-ta-prognozuvannya- ekonomchnih-procesv.

**Обладнання заняття, ТЗН тощо:** ноутбук, ПЕОМ.

**Завдання студентам на самостійне опрацювання навчального матеріалу, рішення задач, розв’язання вправ для підготовки до наступного лабораторного заняття.**

1. Розглянути метод нормалізації змінних моделі.
2. Ознайомитись суттю та формулами для розрахунку коефіцієнтів кореляції та детермінації.
3. Ознайомитись суттю та формулами для розрахунку критеріїв Фішера та Ст'юдента.

**Укладачі:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** доц. Мищишин О.Я., доц.Стадник Ю.А.,

(підпис) (ПІБ, посада, наук. ступінь, вчене зван.)

**План лабораторного заняття № 5**

**Тема № 5**. Моделі множинної регресії. Застосування нелінійних функцій

**Навчальний час:** 6 год.

**Міжпредметні зв’язки:** Навчальна дисципліна „Економіко-математичне моделювання” пов’язана з такими дисциплінами як «Інформаційні та комунікаційні технології», «Макроекономіка», «Мікроекономіка», «Математика для економістів».

**Мета і завдання лабораторного заняття**: засвоєння студентами суті кореляційного та регресійного аналізу і його можливостей при дослідженні залежностей між економічними показниками, а також набуття практичних навиків в побудові і використанні багатофакторних регресійних моделей для аналізу і прогнозування економічних показників.

**Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:**

1. Як виглядає запис рівняння багатофакторної регресійної моделі у матричній формі?
2. Що показує коефіцієнт кореляції?
3. Для чого використовується коефіцієнт детермінації?
4. Що перевіряє критерій Фішера?
5. Для чого використовується критерій Ст’юдента?
6. Як робиться прогноз досліджуваного показника на наступний період?

**Завдання:**

**на основі звітних даних про залежність між факторами X1, X2, X3 та показни­ком Y, які наведені в таблицях 1-26, потрібно:**

1. Нормалізувати вектори значень незалежних змінних **Xj** та залежної Y.
2. Розрахувати матрицю парних коефіцієнтів кореляції, визначити напрям і рівень кореля­цій­ного зв'язку між незалежними змінними (факторами) **Xj** та залежною змінною (показником) **Y**.
3. Розрахувати, використовуючи матричний ме­тод найменших квадратів, параметри парного рівняння регресії (оператор **A**), що відображатиме зв’язок між залежною змінною **Y** та незалежною змінною **Х**, для якої парний коефіцієнт кореляції має найвище значення. Побудувати теоретичну лінію регресії.
4. Розрахувати, використовуючи матричний ме­тод найменших квадратів, параметри рівняння регресії (оператор **A**), що відображатиме зв’язок між залежною змінною **Y** та двома незалежними змінними **Х**, для яких парні коефіцієнти кореляції мають вище значення. Побудувати теоретичну лінію регресії.
5. Розрахувати, використовуючи матричний ме­тод найменших квадратів, параметри рівняння регресії (оператор **A**), що відображатиме зв’язок між залежною змінною **Y** та двома незалежними змінними **X1, X2, X3**. Побудувати теоретичну лінію регресії.
6. Для побудованих регресійних моделей розрахувати множинні коефіцієнти кореляції та детермінації.
7. Дослідити побудовані економетричні моделі на адекватність за допомогою F-критерію Фішера.
8. Визначити статистичну істотність параметрів економетричних моделей за допомогою *t*-критерію Ст’юдента та побудувати інтервали довіри для параметрів моделей (95% надійний інтервал).
9. Розрахувати прогноз показника **Y** за заданим **X0**(точковий і 95% надійний інтервал прогнозу).

**Теоретичні відомості та методичні вказівки для виконання**

Оцінка параметрів економетричних моделей виконується **методом найменших квадратів у матричній формі.**

Запис рівняння багатофакторної регресійної моделі у матричній формі має вигляд:

, (1)

де **A = (***a0, a1, a2,a3*)T­–оператор оцінки за методом найменших квадратів;

**X = ( 1 X1T X2 T X3 T) –** матриця векторів значень незалежних величин (економічних факторів);

**Y = (***y1  y2* … *yn*)T – вектор значень залежної величини (економічного показника);

**U = (***u1  u2* … *un*)T– вектор значень випадкової величини;

**Xj =** *(x1 j, x2 j, … xn j)* – вектор значень незалежної величини.

Оператор **A** знаходиться зі співвідношення:

A = (**X**T **X**)-1 **X**T **Y.** (2)

Виконання постав леної задачі доцільно починати із нормалізації значень змінних, які досліджуються та **кореляційного аналізу** зв'язку між показником **Y** і факторами **Xj**.Кореляційний аналіз дозволяє кількісно оцінити щільність зв'язку між показником **Y** і фактором **Xj**.

**Нормалізовані значення** факторів **У** та **Xj** *(x1 j, x2 j, … xn j)* обраховуються за формулами

, (3a) , (3б)

де  та середні значення відповідно показника **Y** та фактора **Xj**; та  знаходиться із відповідних співвідношень

, (4a) . (4б)

Виконавши розрахунки за наведеними формулами, одержимо нормалізовані вектори показника  та факторів,  (j = 1, 2 ,3) що на нього впливають.

Наявність і кількісну характеристику зв'язку між показником і фактором можна визначити за допомогою парного коефіцієнта кореляції, який обчислюємо за формулою

, (5)

де  – *i*-те нормалізоване значення показника **Y (***y1, y2,*… , *yn*), – *i* -те нормалізоване значення фактора **Xj** *(x1 j, x2 j, … xn j)*.

На підставі порівняння парних коефі­ціє­нтів кореляції (j = 1, 2, 3) знаходять максимальне значення , яке вказує на найтісніше пов’язаний з показником **Y** фактор **Xj**, тому на основі матричного методу найменших квадратів для нормалізованих даних величини  та незалежної величини знаходять оператор Aj = (*β1*), що задовольняє рівняння лінійної регресії для нормалізованих велечин

. (6)

Серед тих, що залишились, значень  вибираємо максимальне значення  і для нормалізованих даних  та ,  знаходимо оператор Ak = (β1, β2) , що задовольняє наступне рівняння лінійної регресії для нормалізованих велечин

. (7)

Тепер для нормалізованих даних  та всіх , ,  знаходимо оператор Ak = (*β1, β2, β3*) , що задовольняє рівняння лінійної регресії для нормалізованих величин

. (8)

На основі виконаних розрахунків, потрібно записати три рівняння регресії, для однофакторної моделі, двофакторної та трифакторної. Перехід від величин *βj* до параметрів моделей  *aj*здійснюється за формулами

; . (9)

Потрібно виконати перевірку адекватності трьох побудованих моделей.Для кожної з трьох моделей потрібно розрахувати множинні коефіцієнти кореляції, детермінації, критерії Фішера та Ст’юдента.

**Множинний коефіцієнт детермінації** характеризує, якою мірою варіація залежної змінної (показника) **Y** визначається варіацією незалежних змінних (факторів) **Xj** (j = 1, 2, 3). Коефіцієнт детермінації без урахування ступенів свободи  визначається зі співвідношення:

. (10)

Коефіцієнт детермінації з урахування ступенів свободи для *n* – вимірювань та *m* – факторів визначається зі співвідношення

. (11)

Множинний коефіцієнт кореляції без та з урахуванням ступенів свободи визначає щільність зв’язку між усіма економічними факторами **Xj** (j = 1, 2, 3) та показником **Y**. Значення коефіцієнта кореляції можна визначити як корінь з коефіцієнта детермінації. Критерій оцінки щіль­ності зв’язку для коефіцієнтів множинної детермінації та кореляції полягає в їх близькості до оди­ни­ці. В роботі пропунується обрахувати множинні коефіцієнти детермінації та кореляції без та з урахування ступенів свободи  та , та для економетричних моделей, які визначаються формулами (6), (7), (8).

**Критерій Фішера.**

Гіпотезу про рівень адекватності між залежною та незалежними змінними можна первірити за допомогою F – критерію Фішера для *n* – вимірювань, *m* – факторів та *k* – параметрів лінійної регресії:

. (12)

В роботі пропунується перевірити критерій Фішера для економетричних моделей, які визначаються формулами (6), (7), (8), та оцінити адекватність моделей.

**Критерій Ст’юдента.**

Істотність параметрів економетричної моделі **A** (*a1, a2,… an*), тобто відмінність їх від нуля визнається на основі перевищення табличного значення критерію Ст’юдента для (*n - k*) ступенів свободи та рівня надійності (1- α) % або рівня значущості α %. Тобто відмінність від нуля параметрів лінійної регресії визначається з формули

, (13)

де для матричного представлення даних обчислюється з співвідношення

, (14)

**Сjj** – діагональний елемент матриці при визначенні істотності параметра *aj* .

На основі *t* – критерію Ст’юдента будуються інтервали довіри параметрів економетричних моделей:

 (15)

В роботі пропунується перевірити істотність параметрів за критерієм Ст’юдента для економетричних моделей, які визначаються формулами (6), (7), (8), та оцінити інтервали довіри для параметрів моделей (6), (7), (8).

Тепер потрібно зробити прогноз очікуваного у наступному періоді значення показника **Y.**

**Прогноз** про рівень показника **Y** для набору факторів **X0** *(x0 1, x02, x0 3)*Tабо **X0** *(x0 1, x02)* T визначається з співвідношення:

, (16)

де . (17)

В роботі пропунується зпрогнозувати значення параметра Yn+1**(**X**n+1)** длязначення факторівX**n+1***(xn+1 1, xn+12, xn+1 3)* для економетричних моделей, які визначаються формулами (6), (7), (8), та оцінити інтервали довіри за критерієм Ст’юдента при надійності (1-α) =95 %. для параметрів моделей (6), (7), (8).

**Форми контролю знань** – презентація виконаних завдань в електронному вигляді, обговорення виконаних завдань.

**Рекомендована література до теми лабораторного заняття:**

1. Васильків І. М., Карпінський Б. А., Максимук О. В., Шкулка С. К. Вступ до економетрики: Навч. посіб. – Львів: Львівський національ­ний університет ім. І. Франка, 2015. – 280 с.
2. Сингаевская Г. И. Функции в Ехcеl. Решение практических задач. М.: Издательский дом «Вильямс», 2009. – 880 с.

Інтернет ресурси:

1. [http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni](http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni_)\_metodi\_i \_ prikl adni \_modeli - Прикладні економіко-математичні моделі
2. Теоретичні основи кількісних методів моделювання та прогнозування економічних процесів// http:// bookss.co.ua/book\_medoti-ekonomyko-statestichnih-doslidzhen\_806/3\_1. -teoretichn- osnovi- klksnih-metodv -modelyuvannya-ta-prognozuvannya- ekonomchnih-procesv.

**Обладнання заняття, ТЗН тощо:** ноутбук, ПЕОМ.

**Укладачі:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** доц. Мищишин О.Я., доц.Стадник Ю.А.,

(підпис) (ПІБ, посада, наук. ступінь, вчене зван.)

**4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ**

Оцінювання рівня знань студентів на лабораторних заняттях проводиться за 5-ти бальною шкалою (від 1 до 5 балів).

Оцінки за виконання лабораторних робіт враховуються як результат поточного контролю знань студента.

Порядок вивчення та оцінювання доводиться до відома студентів протягом семестру.

**Система нарахування рейтингових балів та критерії оцінювання знань студентів**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Бали поточної успішності за участь у лабораторних заняттях** | **Бали рейтингу** | **Максимальна кількість балів** |
| **Критерії оцінювання** | | **5 балів** | |
| лабораторна робота виконана у зазначений термін, у повному обсязі, без помилок | | **5** | |
| лабораторна робота виконана у зазначений термін, у повному обсязі, але є незначні помилки | | **4** | |
| лабораторна робота виконана у неповному обсязі, або (та) з порушенням терміну її виконання, або (та) при наявності значних помилок | | **3** | |
| виконання пропущеної без поважних причин лабораторної роботи або повторне виконання незарахованої лабораторної роботи | | **2** | |
| лабораторна робота не виконана, не зарахована, або тільки розпочато процес виконання | | **0-1** | |