**Конспект лекції № 3**

Тема № 3. Транспортна задача та методи її розв’язування.

**Міжпредметні зв’язки:** Зв’язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як „Теорія випадкових процесів” та „Інформатика”.

**Мета лекції:** познайомити з методами розв’язку транспортної задачі.

### План лекції

1. Постановка задачі.
2. Методи розвитку транспортної задачі.
3. Методи знаходження початкового розв’язку.
4. Критерій оптимальності.

**Опорні поняття:** методи розвитку транспортної задачі, методи знаходження початкового розв’язку, критерій оптимальності.

**Інформаційні джерела:**

Основна та допоміжна література:

1. Бейко И.В. и др. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. – К., 1983.
2. Дослідження операцій: Підручник, у 2-х томах. Том 1. – ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2015.
3. Зайченко Ю.П., Шумилов С.А. Исследование операций. Сб. задач. – К.: Вища школа, 1984.
4. Пономаренко Л.А. Основи економічної кібернетики. Підручник. – К.: Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2012.
5. Хазанова Л.Э. Математические методы в экономике. Учебное пособие. – М.: Изд-во БЕК, 2002.
6. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Дослідження операцій: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2014.

**Навчальне обладнання, ТЗН, презентація тощо:** ноутбук, проектор, мультимедійна презентація.

## ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ ЛЕКЦІЇ

 **Транспортна задача**

Серед задач лінійного програмування, до яких зводиться аналіз практичних моделей управління і планування, можна виділити ряд класів задач, системи обмежень яких володіють певними структурними особли­востями. Особливості умов задачі, як правило зводиться до того, що в кожному рядку (чи в кожному стовпчику) системи обмежень тільки неве­лика частина елементів розміщена певним чином, виявляється відмінною від нуля чи деяких інших фіксованих постійних. Особлива структура обмежень часто дозволяє суттєво спростити загальні методи лінійного про­­грамування, стосовно до спеціальних задач. Інколи особлива форма системи обмежень задачі підказує шляхи створення спеціальних методів розв'язування, для яких не завжди можуть бути знайдені аналоги серед загальних методів лінійного програмування. Фізичний зміст конкретних задач, що описуються моделями лінійного програмування відіграє також не останню роль при розробці методів аналізу спеціальних задач.

Класична транспортна задача - задача про найбільш економний план перевезення однорідного продукту чи взаємодіючих продуктів з пунктів виробництва в пункти споживання. Нижче будуть розглянуті транспортні задачу за критерієм собівартості перевезення та критерієм часу.

Транспортні задачі займають особливе місце серед задач лінійного програмування, що пояснюється актуальністю проблеми транспортних перевезень в економіці. Проте математична структура цієї задачі харак­терна для великого класу задач лінійного програмування, реальний зміст яких може бути найрізноманітнішим, зовсім не зв’язаним із перевезенням вантажів. Транспортна модель широко використовується для розв’язуван­ня задач розміщення виробництва, розподілу капіталовкладень, задачі оптималь­ного призначення тощо.

**1. Постановка транспортної задачі**.

 *В пунктах виробництва А1, А2, . . . , Аm міститься однорідний товар, який треба перевезти в пункти спожи­вання B1, B2, . . . , Bn. Відома кіль­кість одиниць товару у кожному пункті постачання і скільки одиниць товару потребує кожний пункт споживання. Крім того, задана собівар­тість перевезень одиниці товару з кожного пункту постачання у кожний пункт споживання. Необхідно знайти найекономніший план перевезення повного об’єму товару з пунктів виробництва в пункти споживання.*

🗹 **2. Математична модель транспортної задачі.**

Нехай:

*m* – кількість пунктів постачання;

*n* – кількість пунктів споживання;

*ai* – кількість одиниць товару, яка є в *і*-му пункті поста­чання;

*bj* –кількість одиниць товару, що потребує *j*-й пункт споживання;

*cij* – собівартість перевезення одиниці товару з *і*-го пункту поста­чан­ня в *j*-й пункт споживання;

*xij* – кількість одиниць товару, яку планується перевезти з *і*-го пункту постачання в *j*-й пункт споживання.

Припустимо, що загальна кількість одиниць товару, який є у пун­ктах постачання, дорівнює загальній кількості одиниць товару, що потре­бують пункти споживання, тобто

. (2.87)

Умову задачі можна записати у вигляді таблиці 1, яку називають матрицею перевезень.

Таблиця 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | Запаси |
| B1 | … | Bj | … | Bn |
| А1 | C11X11 |  | C1jX1j |  | C1nX1n | a1 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| Аi | C21X21 |  | C2jX2j |  | C2nX2n | ai |
| … | … | … | … | … | … | … |
| Аm | Cm1Xm1 |  | CmjXmj |  | CmnXmn | am |
| Потреби | b1 | … | bi | … | bn | … |

Таблиця показує, що сукупності перевезень з кожного пунк­ту поста­чання задовольняють умови:

 (2.88)

Аналогічно перевезення, спрямовані у кожний пункт спо­живання, задовольняють умови

 (2.89)

Системи (2.88) та (2.89) складають систему обмежень транспортної задачі, які легко записати використовуючи таблицю 1.

Очевидно, що виконуються обмеження на знак невідомих

*xij ≥0 (i=1,2,…,m; j=1,2,…,n).* (2.90)

Вартість перевезень *xij* одиниць товару дорівнює *cij xij,* а загальна вартість всіх перевезень визначається за формулою

 

. (2.91)

Рівняння (2.91) являється цільовою функцією транспортної задачі.

З економічної точки зору задача полягає в тому, що треба так пла­нувати перевезення, щоб їх загальна вартість була мінімальною. У термі­нах лінійного програмування за­дача має формулювання: знайти значення *m⋅n* змінних *xij* (*i*=1,2,…,*m*; *j*=1,2,…, *n*), які задовольняють умови (2.88-2.90) і надають мінімуму функції вартості (2.91).

**3.Методи розв’язування транспортної задачі.**

Оскільки транспотна задача є задачею лінійного програмування, то її можна розв’язувати симплекс-методом. Однак цей метод, через просту будову системи обмежень значно спрощується.

Методика розв’язування транспортної задачі провадиться в послі­довності: знаходження початкового плану перевезень, оцінка опти­маль­ності чергового плану, покращення плану. Знаходження початкового пла­ну перевезень може здійснюватися одним з наступних методів: *діаго­нальним, найменшої вартості* чи *осереднених коефіцієнтів*. Наступний крок - оцінка оптимальності плану здійснюється з допомогою методу *потенціалів*, а покращення плану – методом *перерахунку по* *циклу*. Методику розв’язку транспортної задачі розглянемо на прикладі.

*Приклад 1. Нехай транспортна задача характеризується такою матрицею перевезень, заданою в таблиці 2*.

Таблиця 2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | Запаси |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 3 | 1 | 3 | 4 | 3 | 65 |
| А2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 68 |
| А3 | 3 | 5 | 2 | 2 | 4 | 40 |
| Потреби | 27 | 53 | 21 | 42 | 30 | Σ173 |

🗹 *Розв’язок.*

Заповнені клітки матриці перевезень будемо вважати *базисними*, незаповнені *вільними*, базисні клітини визначають базисні невідомі, віль­ні клітини – вільні невідомі.

Ранг системи обмежень транспортної задачі визначається спів­від­ношенням *m*+*n*–1, де *m* – кількість пунктів постачання, *n*-кількість пун­ктів споживання. Для оцінки оптимальності плану транспортної задачі необхідно, щоб кількість базисних клітин строго дорівнювала рангу ма­триці. У іншому випадку неможливо здійснити процес перевірки опти­мальності плану. Коли не вистарчає базисних кліток, вільну клітину заповнюють нульовими перевезеннями і вважають базисною. Протягом усього процесу розв’язку необхідно зберігати кількість базових клітин рівних рангу матриці перевезень.

Таку транспортну задачу, для якої виконується умова

  (2.92)

називають ще *транспортною задачею з правильним балансом.* В проти­лежному випадку, якщо умова (2.92) порушується, то її називають транс­портною задачею iз неправильним балансом. Задачу з неправильним балансом можна звести до задачі з правильним балансом шляхом допов­нення потрібного пункту споживання чи постачання та фіктивними ко­мірками з нульовою собівартістю перевезень в матриці перевезень.

**4.Методи знаходяення початкових опорних розв'язків.**

а) **Діагональний метод.**

Нехай транспортна задача задається матрицею перевезення (Таблиця 2).

Суть діагонального методу полягає в тому, що послідовно, почи­наючи з клітини А1В1 максимально задовольняються потреби спожи­вачів, використовуючи можливості постачальників. Запаси А1становлять 65 од., потреби В1 – 27, тому можна завести з пункту постачання А1 в пункт спо­живання В1 27 од. продукції. Потреби B1 задовольняються повністю, а запаси А1 зменшаться до 38 од. Отже, тепер запаси пункту А1 - 38 од., потреби споживача В2 - 53 од. Завізши в В2 38 од. товарів, ми вичерпаємо запаси А1і одночасно зменшимо потреби В2 до 15 од., які задовольня­ються запасами А2, і т.д. Остаточний варіант опорного плану задачі подано в таблиці 3.

Таблиця 3.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | Запаси |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 327 | 138 | 3 | 4 | 3 | 65 |
| А2 | 2 | 315 | 121 | 232 | 3 | 68 |
| А3 | 3 | 5 | 2 | 210 | 430 | 40 |
| Потреби | 27 | 53 | 21 | 42 | 30 | Σ173 |

Легко підрахувати, що число базисних кліток рівне 3+5-1=7, що узгоджується з умовою оцінки оптимальності плану.

**б) Метод найменшої вартості.**

Метод найменшої вартості відрізня­ється від діагонального методу тільки послідовніостю заповнення клі­ти­нок. Починають заповнювати ті клітинки таблиці, де вартості переве­зення є на даному етапі оптимізації мінімаль­ни­ми.

Таблиця 4.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | Запаси |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 3 | 153 | 3 | 4 | 312 | 65 |
| А2 | 227 | 3 | 121 | 220 | 3 | 68 |
| А3 | 3 | 5 | 2 | 222 | 418 | 40 |
| Потреби | 27 | 53 | 21 | 42 | 30 | 173 |

Спочатку серед клітинок з найменшою собівартістю перевезень – 1 од. в А1В2 та А2В3, заповню­ємо довільну, наприклад спочатку А1В2 потім А2В3. Наступна мінімальна вартість 2 од. в клітках А2В1,А2В4, А3В3, А3В4, але заповнити можна тільки А2В1,А2В4, А3В4, оскільки потреби споживача В3 задоволені повністю. Заповню­вати клітинки А2В1,А2В4, потрібно, враховуючи запаси постачальника А2, а клітинку А3В4 – потреби споживача В4. Поточна мінімальна вартість 3 од. знаходиться в клітинках А1В1,А1В5, А2В2, А2В5, А3В1,проте заповнити можна лише,А1В5. Серед клітинок з собівартісю 4 од. заповнити можна лише, А3В5. Опорний план, знайдений методом найменшої вартості, записано в таблиці 4.

**в) Метод усереднених коефіцієнтів.**

Цей метод полягає в обчисленні середніх собівартостей переве­зен­­ня в рядках і стовп­чи­ках матриці перевезення за формулами:

*CАi=(Ci1+Ci2+ …+Cin)/n ; CВj=(C1j+C2j+ …+Cmj)/m,* (2.93)

де *CАi* – усереднене значення собівартості перевезення і-го рядка, CВj – j-го стовпчика.

Після цього усереднені коефіцієнти *kij* розраховуємо за формулою:

*kij = Cij – (CАi + CВj) .* (2.94)

Потім заповнюються послідовно клітинки починаючи з кліток з найменшими значен­ня­ми коефіцієнтів kij максимально можливими значеннями об’ємів перевезення.

Добудовуємо рядок і стовпчик в матриці перевезень (таблиця 2), куди заносимо середні вартості рядків і стовпчиків САі  і СВj.

*СА1= (3+1+3+4+3)/5 = 2,8; СА2=(2+3+1+2+3)/5 = 2,2; …*

Коефіцієнти *kij* помістимо в правий верхній кут відповідних комі­рок. Матриця перевезення, заповнена таким методом буде мати вигляд (таблиця 5).

Таблиця 5.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | Запаси | CАi |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 1. **-2,5**

- | 1 **-4,8****53** | 1. **-1,8**

**-** | 4 **-1,5****-** | 3 **-3,3****12** | 65 | 2,8 |
| А2 | 2 **-2,9****27** | 1. **-2,2**

- | 1 **-3,2****21** | 2 **-2,9****2** | 1. **-2,5**

**18** | 68 | 2,2 |
| А3 | 1. **-3,9**

**-** | 5 **-1,2****-** | 2 **-3,2****-** | 2 **-4,9****40** | 4 **-2,5**- | 40 | 3,2 |
| Потреби | 27 | 53 | 21 | 42 | 30 | 175 |  |
| СВj | 2,7 | 3 | 2 | 2,7 | 3,3 |  |  |

Вибір методу знаходження найефективнішого початкового опор­но­го плану здійснюється щодо кожного конкретного випадку, для нашої задачі маємо наступні результати розраховані:

а) діагональним методом:

*z* =3•27+1•38+3•15+1•21+2•32+4•30+2•10= 389 од.

б) методом найменшої вартості:

*z* =3•12+1•53+2•27+1•21+2•20+2•2+3•18+2•40 = 320 од.

в) методом осереднених коефіцієнтів:

*z* =1•53+3•12+2•27+1•21+2•2+3•18+2•40 = 302 од.

Отже, для даної задачі найоптимальнішим буде початковий опорний план знайдений методом осереднених коефіцієнтів. Однак для інших умов цей метод може бути не оптимальним, а дати оцінку плану одержаного методом осереднених коефіцієнтів як мінімального не мож­ливо.

**5. Критерій оптимальності опорних розв'язків по методу потенціалів.**

Згідно критерію оцінки ефективності транспортної задачі опорні розв'язки в таблицях 3 і 4 не є оптимальними, а оцінити опорний роз­в'я­зок таблиці 5не можливо. Критерій оптимальності отримується з спів­­відношення між оптимальними розв'язками двоїстих задач. Запишемо двоїсту задачу до транспортної математична модель якої задана форму­лами

 (2.95)

. (2.96)

Введемо двоїсті змінні α1, … ,αm і β1, … , β2 і запишемо за прави­лами складання двоїстих задач двоїсту задачу, система обмежень якої і функція мети мають вигляд

 (2.97)

 (2.98)

Нерівності (87) , враховуючи співвідношенняміж оптимальними розв'я­зками двоїстих задач можна конкретизувати, а саме:

а) для базисних невідомих (клітинок)

 (2.97а)

б) для вільних невідомих (клітинок)

 (2.97б)

Такий метод оцінки оптимальності опорного плану транспортної задачі названий в літературі *методом потенціалів*.

Розглянемо його на прикладі транспортної задачі, поданої у вигля­ді матриці перевезень (таблиця 4). Таблиця оцінки оптимальності опор­ного плану буде мати вигляд (таблиця 6).

Таблиця 6.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | αi |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 3 | 1 **53** | 4 | 4 **3** | 3 **12** | 0 |
| А2 | 2 **27** | 2 | 1 **21** | 2 **2** | **18** | 1 |
| А3 | 1.

**2** | 5**3** | 2**1** | 2 **40** | 4 0 | 1 |
| βj | 1 | 1 | 0 | 1 | 3 | 175 |

Поставимо у відповідність пунктам постачання Аi потенціали αi , а пунктам споживання Вj - βj і на основі співідношення (2.97а) побудуємо для базисних клітинок транспортної матриці систему рівнянь.

Система рівнянь (2.99) складається з рівнянь, в кожне з яких входять дві невідомі, всіх рівнянь є 7, а невідомих – 8. Легко підрахувати, що ранг системи рівнянь (2.99) рівний 7 ( в загальному випадку m+n-1), тому одну з невідомих приймають за вільну (нехай α1). Візьмемо α1=0, тоді з першого рівняння системи знайдемо β2 , другого β5 і т.д. Розв’язок системи (2.99) матиме вигляд.

α1=0, β1=1,

α2=1, β2=1,

α3=1, β3= -2,

 β4=1,

 β5=3.

На основі співвідношення (2.97б) може бути сформульоване твер­дження. Для того, щоб опорний план був оптимальний, необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти

*γij=cij-(αi+βj),* (2.100)

підраховані для вільних клітинок були невід’ємні. Коефіцієнти не зале­жать від того, які значення надавати вільній невідомій.

Перевіримо на оптимальність розв'язок таблиці 6. За формулами (2.100) обчислимо коефіцієнти

γ11= 4-(0+1) = 3, γ13= 4-(0+0) = 4, і т.д.

Коефіцієнти γij будемо поміщати у вільні клітинки і помічати рамочками, щоб не змішувати вільні клітинки з базисними. Аналіз таблиці 13 показує, що всі коефіціети γij≥ 0 для вільних клітинок, тому опорний план, знайдений методом осереднених коефіцієнтів буде опти­мальним і z(min) = 302

Для обчислання потенціалів не обов'язково складати систему рівнянь (2.99), їх ножна знайти безпосередньо по таблиці користуючись правилом: *невідомій потенціал рівний собівартості базисної* *клітинки* *зменшеної на значення відомого потенціалу.*

Taк, наприклад, виберемо в таблиці 6 α1 = 0. З базисних кліти­нок A1B1 таА1В5  знайдемо β1 та β5  як різницю між собівартістю пере­везень та коефіцієнтом α1=0. Аналогічно знаходимо усі інші коефіці­єнти αi та βj.

 **Зауваження***.* Складати початковий опорний план слід таким чином, щоб однозначно визначити усі коефіцієнти αi та βj.

Проілюструємо цей метод на таблиці 7. Діагональний метод знахо­дження початкових опорних планів не є оптимальним, тому очевидно, що не всі коефіцієнти γij 0 . Дійсно коефіцієнти γij в клітинах А2В1 та А3B1 менші за нуль, тому такий опорний план не є оптимальним і його необхідно покращувати. Критерієм оптимальності плану являється від­сутність від’ємних значень коефіцієнтів γij у вільних клітинах транс­пор­тної таблиці.

Таблиця №7.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | αi |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 327 | 138 | 34 | 44 | 31 | 0 |
| А2 | 2-3 | 315 | 121 | 232 | 30 | 2 |
| А3 | 3-2 | 52 | 21 | 210 | 430 | 2 |
| βj | 3 | 1 | -1 | 0 | 2 |  |

Для знаходження оптимального розв’язку необхідно здійсними перерозподіл перевезень.Сформулюємо декілька означень, необхідних для вироблення пра­вил покращення неоптимальних розв'язків.

 **Означення***. Циклом* у матриці будемо називати замкнуту ламану лінію, вершини якої розміщені у клітинах матриці перевезень, і з кожної з них виходять два перпендикулярні відрізки (один по рядку, а другий по стовпчику).

 **Означення** *.* Цикл, одна вершина якого лежить у вільній клітинці, а всі інші в базисних, називать *циклом перерахунку*.

Наприклад, в таблиці 7 для клітинки А1В3, цикл перерахунку буде мати такий вигляд. (Рис.2).

 - + 38

27 38

 - +

 15 32

 + -

 0 10

Рис. 2

🗹 7**. Економічна інтерпретація математичного розв’язку***.*

Суми комірок транспортної таблиці по *i*-му рядку або *j*-му стовп­цю являються величинами постійними і виражають кількість наявної про­дукції на *i*-му пункті виробництва та потреби *j*-го пункту споживання. Тому для збереження такого балансу будь-яке зменшення кількості пере­везень комірки АiBj повинно компенсуватися збільшенням пере­везень в сусідніх комірках циклу. Знаки “+” на рис.2. несуть інформацію, що об’єм перевезень повинен збільшитися , а “-” – зменшитися. Дійсно пере­везення у вільній клітинці A3B1 можна тільки збільшувати, що позначено символом “+”. Баланс перевезень буде збережено, коли вони будуть змен­­шенні на той самий розмір в клітинах A1B1 та A3B4. Зменшення пере­везень може бути здійснене в комірках A1B1 та A2B2 та A3B4 у розмірах 27, 15 та 10 одиниць відповідно. Очевидно, що найменше з цих значень визначає величину змін перевезень у циклі.

 **Означення** *.* Зсувом по циклу перерахунку на число *θ* називають таку опера­цію, при якій в додатній вершині додається одне і те ж число *θ*, а у від'ємній віднімається.

За допомогою зсуву по циклу перерахунку можна перейти до нового опорного плану, в якому значення цільової функції буде менше, ніж у по­передньому (таблиця 7). Проілюструємо його на рисунку 3. Виберемо у від'ємних вершинах найменше базисне значення і зробимо зсув на нього.

17 48

 5 42

 10 0

Рис. 3

*тіп* (22;15;10) = 10

Для того, щоб число базисних клітинок не змінилося, клітинку на значення якої робиться зсув,зробимо вільною. Додамо в додатніх вер­шинах цііклу (рис.2) число 10, а у від'ємних віднімемо, в результаті одер­жимо наступний опорний план.

Таблиця №8.

|  |  |
| --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 3 17 | 148 | 3 | 4 | 3 |
| А2 | 2 | 3 5 | 121 | 242 | 3 |
| А3 | 3 10 | 5 | 2 | 2 0 | 430 |

 **Зауваження І**. Значення базисних клітинок, які не брали участі в циклі перерахунку, в новій таблиці залишаються без зміни.

 **Зауваження 2** . У вироджених задачах нерідко трапляється, що зсув потрібно робити на число 0, яке не змінює базисних значень. Тоді цей нуль переводять у вільну клітинку циклу перерахунку, зализиивии попередню вільною.

 **Зауваження 3.**Якщо при перерунку по циклу вільними стають де-кілька клітинок, що унеможливлює оцінки оптимальності плану, то вільною слід вважати одну з них (будь-яку), усі інші можна вважати базовими з нульовим перевезенням.

**8.Транспортна задача з неправильним балансом .**

На практиці нерідко зустрічаються транспортні задачі, в яких загальна сума запасів не дорівнює загальній сумі потреб, які називають *транспортними задачами з неправильним балансом* *.* Розв'язують такі задачі методом потенціалів, звівши їх попередньо до відповідної задачі з правильним балансом. Для цього вводять фіктивний пункт призначення чи відправлення в залежності від того, чого не вистачає: потреб чи запа­сів. Вартості в фіктивних пунктах вважають рівними нулю (для того, щоб не змінювалась загальна вартість перевезення), а потреби чи запаси різниці якої бракує, щоб задача стала з правильним балансом.

*Приклад*. *Нехай транспортна задача задаться такими даними: - матриця собівартості перевезень,*

***аi*** *= (150,80) –матриця запасів,* ***bj*** *= (50,60,90,40)-матриця потреб.*

*найбільше і найменше значення функції*

🗹 *Розв’язок.*

Загальні суми запасів *Σаi* = 150+80=230 і потреб *Σ****bj***= 50+60+90+40=240 не співпадають, тому вводимо фіктивний пункт виробництва А3 з запасами 240-230=10 і нульовими вартостями та складаємо початковий опорний план, наприклад методом найменшої вартості. (Таблиця 9).

Таблиця 9.

|  |  |
| --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання |
| B1 | B2 | B3 | B4 | Запаси |
| А1 | 450 | 530 | 530 | 340 | 150 |
| А2 | 8- | 6- | 980 | 10- | 80 |
| А3(фікт.) | 0- | 0- | 010 | 0- | 10 |
| Потреби | 50 | 60 | 90 | 40 |  |

Зведення до оптимального плану здійснюється методом найменших потен­ціалів для задачі з правильним базисом.

### Загальний висновок за темою лекції

1. Організувати сукупність дій, необхідних для розв’язку транспортної задачі
2. Розібрати методи для розв’язку транспортних задач.

**Питання і завдання студентам для контролю знань.**

1. Постановка задачі.
2. Методи розвитку транспортної задачі.
3. Методи знаходження початкового розв’язку.
4. Критерій оптимальності.

**Укладач: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_**Мищишин О.Я. доцент, к. ф.-м.н., доцент

 (підпис) (ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)