**План лабораторного заняття № 3**

**Тема № 2.** **Транспортна задача та методи її розв’язування**

**Навчальний час:** 4 год.

**Міжпредметні зв’язки:** Зв’язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як „Теорія випадкових процесів” та „Інформатика”.

**Мета і завдання лабораторного заняття:** познайомити з поняттям транспортної задачі та методи їх розв’язку.

**Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:**

1. Постановка задачі.
2. Методи розвитку транспортної задачі.
3. Методи знаходження початкового розв’язку.
4. Критерій оптимальності.

**Завдання:**

1. Вивчити теоретичні основи транспортної задачі.
2. Використовуючи методи знайти розв’язки задач.

**Транспортна задача**

**1. Постановка транспортної задачі**.

*В пунктах виробництва А1, А2, . . . , Аm міститься однорідний товар, який треба перевезти в пункти спожи­вання B1, B2, . . . , Bn. Відома кіль­кість одиниць товару у кожному пункті постачання і скільки одиниць товару потребує кожний пункт споживання. Крім того, задана собівар­тість перевезень одиниці товару з кожного пункту постачання у кожний пункт споживання. Необхідно знайти найекономніший план перевезення повного об’єму товару з пунктів виробництва в пункти споживання.*

🗹 **2. Математична модель транспортної задачі.**

Нехай:

*m* – кількість пунктів постачання;

*n* – кількість пунктів споживання;

*ai* – кількість одиниць товару, яка є в *і*-му пункті поста­чання;

*bj* –кількість одиниць товару, що потребує *j*-й пункт споживання;

*cij* – собівартість перевезення одиниці товару з *і*-го пункту поста­чан­ня в *j*-й пункт споживання;

*xij* – кількість одиниць товару, яку планується перевезти з *і*-го пункту постачання в *j*-й пункт споживання.

Припустимо, що загальна кількість одиниць товару, який є у пун­ктах постачання, дорівнює загальній кількості одиниць товару, що потре­бують пункти споживання, тобто

. (2.87)

Умову задачі можна записати у вигляді таблиці 1, яку називають матрицею перевезень.

Таблиця 1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | | | | | Запаси |
| B1 | … | Bj | … | Bn |
| А1 | C11  X11 |  | C1j  X1j |  | C1n  X1n | a1 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| Аi | C21  X21 |  | C2j  X2j |  | C2n  X2n | ai |
| … | … | … | … | … | … | … |
| Аm | Cm1  Xm1 |  | Cmj  Xmj |  | Cmn  Xmn | am |
| Потреби | b1 | … | bi | … | bn | … |

Таблиця показує, що сукупності перевезень з кожного пунк­ту поста­чання задовольняють умови:

 (2.88)

Аналогічно перевезення, спрямовані у кожний пункт спо­живання, задовольняють умови

 (2.89)

Системи (2.88) та (2.89) складають систему обмежень транспортної задачі, які легко записати використовуючи таблицю 1.

Очевидно, що виконуються обмеження на знак невідомих

*xij ≥0 (i=1,2,…,m; j=1,2,…,n).* (2.90)

Вартість перевезень *xij* одиниць товару дорівнює *cij xij,* а загальна вартість всіх перевезень визначається за формулою

 

. (2.91)

Рівняння (2.91) являється цільовою функцією транспортної задачі.

З економічної точки зору задача полягає в тому, що треба так пла­нувати перевезення, щоб їх загальна вартість була мінімальною. У термі­нах лінійного програмування за­дача має формулювання: знайти значення *m⋅n* змінних *xij* (*i*=1,2,…,*m*; *j*=1,2,…, *n*), які задовольняють умови (2.88-2.90) і надають мінімуму функції вартості (2.91).

**3.Методи розв’язування транспортної задачі.**

Оскільки транспортна задача є задачею лінійного програмування, то її можна розв’язувати симплекс-методом. Однак цей метод, через просту будову системи обмежень значно спрощується.

Методика розв’язування транспортної задачі провадиться в послі­довності: знаходження початкового плану перевезень, оцінка опти­маль­ності чергового плану, покращення плану. Знаходження початкового пла­ну перевезень може здійснюватися одним з наступних методів: *діаго­нальним, найменшої вартості* чи *осереднених коефіцієнтів*. Наступний крок - оцінка оптимальності плану здійснюється з допомогою методу *потенціалів*, а покращення плану – методом *перерахунку по* *циклу*. Методику розв’язку транспортної задачі розглянемо на прикладі.

*Приклад 1. Нехай транспортна задача характеризується такою матрицею перевезень, заданою в таблиці 2*.

Таблиця 2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункти постачання | Пункти споживання | | | | | Запаси |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| А1 | 3 | 1 | 3 | 4 | 3 | 65 |
| А2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 68 |
| А3 | 3 | 5 | 2 | 2 | 4 | 40 |
| Потреби | 27 | 53 | 21 | 42 | 30 | Σ173 |

🗹 *Розв’язок.*

Заповнені клітки матриці перевезень будемо вважати *базисними*, незаповнені *вільними*, базисні клітини визначають базисні невідомі, віль­ні клітини – вільні невідомі.

Ранг системи обмежень транспортної задачі визначається спів­від­ношенням *m*+*n*–1, де *m* – кількість пунктів постачання, *n*-кількість пун­ктів споживання. Для оцінки оптимальності плану транспортної задачі необхідно, щоб кількість базисних клітин строго дорівнювала рангу ма­триці. У іншому випадку неможливо здійснити процес перевірки опти­мальності плану. Коли не вистарчає базисних кліток, вільну клітину заповнюють нульовими перевезеннями і вважають базисною. Протягом усього процесу розв’язку необхідно зберігати кількість базових клітин рівних рангу матриці перевезень.

Таку транспортну задачу, для якої виконується умова

 (2.92)

називають ще *транспортною задачею з правильним балансом.* В проти­лежному випадку, якщо умова (2.92) порушується, то її називають транс­портною задачею iз неправильним балансом. Задачу з неправильним балансом можна звести до задачі з правильним балансом шляхом допов­нення потрібного пункту споживання чи постачання та фіктивними ко­мірками з нульовою собівартістю перевезень в матриці перевезень.

Задачі до теми

*Знайти оптимальний розв’язок транспортної задачі, якщо задані витрати на перевезення одиниці вантажу від постачальників А1, А2, А3  до спожівачів В1, В2, В3, В4 запаси постачальників і потреби споживачів за даними таблиці .*

Таблиця .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варіант | Запаси постачаль-ників | | | Потреби споживачів | | | | Витрати на перевезення одиниці вантажу | | | | | | | | | | | |
| А1 | | | | А2 | | | | А3 | | | |
| А1 | А2 | А3 | В1 | В2 | В3 | В4 | В1 | В2 | В3 | В4 | В1 | В2 | В3 | В4 | В1 | В2 | В3 | В4 |
|  | 15 | 45 | 60 | 20 | 30 | 45 | 10 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 3 | 5 | 6 | 4 | 3 | 6 | 2 |
|  | 25 | 40 | 65 | 10 | 35 | 40 | 15 | 5 | 2 | 3 | 4 | 4 | 3 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 | 2 |
|  | 35 | 20 | 35 | 25 | 30 | 55 | 20 | 5 | 2 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 5 | 4 | 7 | 5 | 4 |
|  | 30 | 10 | 25 | 45 | 15 | 60 | 10 | 2 | 9 | 6 | 7 | 3 | 5 | 4 | 2 | 3 | 5 | 4 | 9 |
|  | 25 | 55 | 40 | 30 | 25 | 15 | 35 | 7 | 6 | 5 | 6 | 2 | 4 | 3 | 1 | 5 | 3 | 6 | 8 |
|  | 10 | 25 | 45 | 65 | 40 | 10 | 20 | 5 | 1 | 4 | 6 | 9 | 3 | 2 | 6 | 8 | 7 | 9 | 5 |
|  | 50 | 85 | 20 | 75 | 15 | 25 | 70 | 3 | 5 | 2 | 4 | 6 | 1 | 8 | 9 | 7 | 5 | 3 | 2 |
|  | 20 | 60 | 45 | 80 | 25 | 30 | 45 | 6 | 9 | 4 | 3 | 1 | 5 | 6 | 8 | 5 | 7 | 1 | 4 |
|  | 25 | 40 | 65 | 10 | 35 | 40 | 15 | 5 | 1 | 4 | 6 | 9 | 3 | 2 | 6 | 8 | 7 | 9 | 5 |
|  | 55 | 20 | 40 | 15 | 75 | 35 | 20 | 8 | 3 | 9 | 4 | 7 | 2 | 1 | 5 | 6 | 4 | 8 | 2 |
|  | 25 | 55 | 40 | 30 | 25 | 15 | 35 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 3 | 5 | 6 | 4 | 3 | 6 | 2 |
|  | 50 | 85 | 20 | 75 | 15 | 25 | 70 | 2 | 9 | 6 | 7 | 3 | 5 | 4 | 2 | 3 | 5 | 4 | 9 |
|  | 10 | 25 | 45 | 65 | 40 | 10 | 20 | 7 | 6 | 5 | 6 | 2 | 4 | 3 | 1 | 5 | 3 | 6 | 8 |
|  | 30 | 10 | 25 | 45 | 15 | 60 | 10 | 6 | 9 | 4 | 3 | 1 | 5 | 6 | 8 | 5 | 7 | 1 | 4 |
|  | 25 | 40 | 65 | 10 | 35 | 40 | 15 | 4 | 2 | 3 | 5 | 4 | 3 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 | 2 |
|  | 65 | 15 | 20 | 35 | 40 | 75 | 10 | 5 | 8 | 6 | 9 | 1 | 2 | 4 | 7 | 3 | 6 | 8 | 5 |
|  | 20 | 85 | 45 | 15 | 35 | 65 | 55 | 4 | 6 | 9 | 4 | 5 | 7 | 6 | 8 | 4 | 9 | 3 | 2 |
|  | 50 | 40 | 35 | 10 | 75 | 45 | 40 | 2 | 5 | 3 | 6 | 8 | 5 | 9 | 6 | 4 | 5 | 2 | 1 |
|  | 35 | 40 | 15 | 20 | 35 | 30 | 10 | 7 | 5 | 3 | 1 | 5 | 9 | 8 | 6 | 2 | 4 | 5 | 7 |
|  | 25 | 50 | 70 | 85 | 30 | 40 | 65 | 2 | 5 | 8 | 4 | 6 | 5 | 7 | 5 | 3 | 1 | 5 | 9 |
|  | 55 | 45 | 25 | 65 | 15 | 25 | 40 | 8 | 2 | 4 | 6 | 5 | 3 | 1 | 5 | 7 | 5 | 9 | 5 |
|  | 25 | 30 | 10 | 75 | 10 | 50 | 20 | 2 | 4 | 2 | 3 | 6 | 8 | 8 | 4 | 4 | 2 | 2 | 6 |
|  | 85 | 65 | 50 | 80 | 25 | 10 | 45 | 9 | 5 | 6 | 4 | 7 | 5 | 1 | 5 | 2 | 3 | 4 | 6 |
|  | 60 | 75 | 20 | 10 | 30 | 30 | 25 | 7 | 4 | 6 | 8 | 4 | 2 | 6 | 7 | 5 | 3 | 1 | 5 |
|  | 40 | 80 | 25 | 15 | 40 | 25 | 65 | 8 | 5 | 4 | 6 | 8 | 5 | 2 | 1 | 3 | 5 | 6 | 7 |
|  | 20 | 10 | 55 | 30 | 35 | 65 | 20 | 3 | 5 | 2 | 4 | 6 | 1 | 8 | 9 | 7 | 5 | 3 | 2 |

**Форми контролю знань** – презентація виконаних завдань у вигляді звіту, обговорення виконаних завдань.

**Рекомендована література до теми лабораторного заняття:**

Основна та допоміжна література:

1. Бейко И.В. и др. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. – К., 1983.
2. Дослідження операцій: Підручник, у 2-х томах. Том 1. – ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2015.
3. Зайченко Ю.П., Шумилов С.А. Исследование операций. Сб. задач. – К.: Вища школа, 1984.
4. Пономаренко Л.А. Основи економічної кібернетики. Підручник. – К.: Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2012.
5. Хазанова Л.Э. Математические методы в экономике. Учебное пособие. – М.: Изд-во БЕК, 2002.
6. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Дослідження операцій: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2014.

**Навчальне обладнання, ТЗН, презентація тощо:** ноутбук, ПЕОМ.

**Питання і завдання студентам для контролю знань.**

1. Постановка задачі.
2. Методи розвитку транспортної задачі.
3. Методи знаходження початкового розв’язку.
4. Критерій оптимальності.

**Укладач: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_**Мищишин О.Я. доцент, к. ф.-м.н., доцент

(підпис) (ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)