|  |  |
| --- | --- |
| **UNBIZ1957с** | **МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  **ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА**  **ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ ФІНАНСАМИ ТА БІЗНЕСУ**  **ЗАТВЕРДЖЕНО**  **на засіданні кафедри цифрової економіки**  **та бізнес-аналітики**  **протокол № 6 від “21” січня 2020 р.**  **Зав. кафедри \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Шевчук І.Б.**  (підпис)  **ПЛАНИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ І МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ЇХ ПРОВЕДЕННЯ**  **З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  **Дослідження операцій**  (назва навчальної дисципліни)  **галузь знань:** 05 «Соціальні та поведінкові науки»  (шифр та найменування галузі знань)  **спеціальність:** 051 “Економіка”  (код та найменування спеціальності)  **спеціалізація:** \_\_ \_Інформаційні технології в бізнесі\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (найменування спеціалізації)  **освітній ступінь:** бакалавр  (бакалавр/магістр)    **Укладач:**  Мищишин О.Я. доцент, к. ф.-м.н., доцент  (ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)  **ЛЬВІВ 2020** |
| ***КАФЕдра цифрової економіки та бізнес-аналітики*** |

**3. ПЛАНИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ**

**План лабораторного заняття № 1**

**Тема № 1. Постановка загальної задачі дослідження операцій.**

**Навчальний час:** 2 год.

**Міжпредметні зв’язки:** Зв’язок із елементами знань і умінь таких навчальних дисциплін як „Теорія випадкових процесів” та „Інформатика”.

**Мета і завдання лабораторного заняття:** познайомити з поняттям загальної форми задачі, її властивостями та способами побудови, побудувати загальну форму для різних типів задач.

**Питання для перевірки базових знань за темою лабораторного заняття:**

1. Що таке ЗДО?
2. Які ви знаєте властивості ЗДО?
3. Що таке система обмежень?
4. Що таке цільова функція?
5. Що таке многокутник розв’язків?

**Завдання:**

1. Вивчити теоретичні основи дослідження операцій. Опрацювати приклади.
2. Використовуючи схему побудови ЗДО і графічний спосіб, виконати наступні завдання:

Задачі планування економіки та організації виробництва.

**1. Задача про максимальну рентабельність підприємства.**

*Використати запаси різного роду ресурсів (сировина, електро­енергія, виробничі потужності, трудові ресурси), які потрібні для виго­товлення асортименту продукції з максимальною рента­бельністю.*

🗹 ***Економічна постановка та математична модель задачі.***

Нехай: *m* – кількість ресурсів; – кількість товарів; *aij* – кількість одиниць *і*-го ресурсу, які необхідні для виробництва одиниці *j*-го товару; *bi*– максимальна кількість одиниць *і*-го ресурсу, що можна використати у виробництві; *cj* – прибуток від реалізації одиниці *j*-го товару; *xj* – заплано­ваний рівень виробництва одиниць *j*-го товару.

Загальна кількість одиниць *і*-го ресурсу, що використовується у виробництві згідно з планом, дорівнює

 (2.4)

Оскільки вона не повинна перевищувати максимальної кількості одиниць *і*-го ресурсу, яку можна використати у виробництві, то

*.* (2.5)

Очевидно, що .

Прибуток, одержаний від виробництва *xj* одиниць *j*-го товару, дорівнює *cj**xj* , а загальний прибуток від виробництва визначаємо за формулою

. (2.6)

З економічної точки зору задача полягає в тому, що треба так за­пла­нувати виробництво товарів, щоб загальний прибуток був макси­маль­ним. У термінах лінійного програмування задача має формулю­вання: знайти значення *n* змінних *x*1*, x*2*, ... xn*, які задовольняють умови

,

 (2.7)

і надають максимуму лінійній формі

. (2.8)

**2. Транспортна задача.**

*Організувати перевезення вантажів з пунктів виробництва в пункти реалізації при мінімальній вартості перевезень.*

🗹 ***Економічна постановка та математична модель задачі.***

Нехай маємо *m* пунктів виробництва, пронумерованих по *i*, тобто *i=*1,…, *m*. У кожному пункті виробництва *(Ai)* накопичено однорідний товар (*ai*). Нехай цей товар необхідно перевезти в *n* пунктів споживання, які пронумеровані по *j*, тобто *j=*1, …, *n*. Потреба кожного пункту спожи­вання (*Bj*)*,* відповідно, буде *bj*. Позначимо *xij* – кількість товару, переве­зеного з *i*-го пункту виробництва (*Ai*) до *j*-го пункту споживання (*Bj*)*;* *cij*- вартість перевезення одиниці продукції з *i*-го пункту виробництва (*Ai*) у *j-*й пункт споживання.

Припустимо, що виконується баланс: загальна кількість одиниць товару, зосереджених у пунктах виробництва, збігається із загальною кількістю одиниць товару, що потребують пункти споживання.

Запишемо математичну модель задачі у вигляді таблиці 1.

*Таблиця 1.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункти виробництва | Пункти споживання | | | | | Запаси |
| *B*1 | *B*2 | *B*3 | . . . | *Bn* |  |
| *A*1 | *x*11/*c*11 | *x*12/*c*12 | *x*13/*c*13 | . . . | *x*1*m*/*c*1*m* | *a*1 |
| *A*2 | *x*21/*c*21 | *x*22/*c*22 | *x*23/*c*23 | . . . | *x*2*m*/*c*2*m* | *a*2 |
| . . . | . . . | . . . | . . . | . . . | . . . | . . . |
| *Am* | *xm*1/*cm*1 | *xm*2/*cm*2 | *xm*3/*cm*3 | . . . | *xmn*/*cmn* | *am* |
| Потреби | *b*1 | *b*2 | *b*3 | . . . | *bn* |  |

Із таблиця слідує, що кількість товару, перевезеного з першого, другого, … , m-го пунктів виробництва, відповідно, задовольняють умови:

 (2.9)

Кількість товару, що ввозиться в перший, другий, третій, …, *n*-тий пункт споживання задовольняє відповідно, умови:

 (2.10)

Загальна вартість усіх перевезень виражається формулою:

*z = c11x11+ c12x12+ c13x13+ ... +c1nx1n+ c21x21+ c22x22+ c23x23+ c2nx2n+ ... +cm1xm1+ cm2xm2+ cm3xm3+ ... +cmnx2mn* (2.11)

Отже, математична модель цієї задачі має вигляд:

потрібно знайти мінімальне значення функції:

 (2.12)

при умовах

 (2.13)

**3. Задача раціонального розкрою матеріалу.**

*Розкроїти матеріал на заготовки різного виду з мінімальними втратами.*

🗹 ***Економічна постановка та математична модель задачі.***

Запишемо математичну модель задачі: позначимо *m* – кількість різних видів заготовок ; *Bi* – план заготовок *i*-го виду *i*=1 … *m; n* – кіль­кість різ­них способів розкрою стандартного матеріалу; *bij* – кількість заготовок *i*-го виду, одержаних за допомогою *j*-го способу розкрою; *cj* – кількість від­ходів при *j*-тому способі розкрою; *z* - загальна кількість відходів.

За невідому *xj* беремо кількість одиниць вихідного матеріалу, яку потрібно розрізати *j*-тим способом. Кількість заготовок *i*-го виду можна записати у вигляді рівності:

*bi1x1+ bi2x2+ bi3x3+ …+bijxj+… +binxn=Bi ,* (2.14)

тому математична модель задачі набуде такого вигляду:

 (2.15)

*z=c1x1+c2x2+…+cnxn →* (*min*)*.* (2.16)

Характер моделі може змінитися, якщо в умові задана інша мета. Наприклад, якщо ставиться задача одержати задану кількість заготовок із найменшої кількості вихідного матеріалу, то цільова функція матиме вигляд

*z=* (*x1,x2, …, xn*) → *min.* (2.17)

**4. Визначення оптимальних кормових раціонів.**

*Забезпечити максимальну ефективність різних кормів при мінімумі фінансових затрат.*

🗹 ***Економічна постановка та математична модель задачі.***

Кормові раціони по­винні повністю забезпечувати потреби орга­нізму сільськогоспо­дарських тварин у поживних речовинах (протеї­ні, вуглеводах, жирах, мінеральних речовинах тощо). Цю умову може задо­вольняти ряд раціо­нів, різних за своїм складом і вартістю. Завдання полягає у визначенні найдешевшого з них.

Кожний раціон – це набір різних видів кормів (грубі, соковиті, концентрати тощо), якими господарство може забезпечувати худобу протягом даного періоду. Для відгодівлі худоби використовують корми, що містять у певній кількості поживні речовини. Відомо скільки одиниць кожної поживної речовини міститься в одиниці кожного корму, добова потреба у кожній поживній речовині і вартість одиниці корму. Нехай:

*m* – кількість поживних речовин;

*n* – кількість кормів, які використовуються для відгодівлі худоби;

*aij* – кількість одиниць *і*-ї поживної речовини, що містяться в одиниці *j*-го корму;

*bi* – мінімальна добова потреба в *і*-й поживній речовині;

*cj* – вартість одиниці *j*-го корму;

*xj* – кількість одиниць *j*-го корму, що використовується в раціоні.

Загальна кількість одиниць *і*-ї поживної речовини, яка міститься в усіх кормах раціону, становить

 (2.18)

Оскільки вона не може бути меншою за добову потребу в *і*-й поживній речовині, то

 (2.19)

Очевидно, що . Вартість *xj* одиниць *j*-го корму дорівнює *cjxj* , а загальну вартість раціону визначаємо за формулою

. (2.20)

З економічної точки зору задача полягає в тому, що треба так запла­нувати раціон, щоб його загальна вартість була мінімальною. У термінах лінійного програмування задача має формулювання: знайти значення *n* змінних *x*1*, x*2*, . . ., xn* , які задовольняють умови:

,

 (2.21)

і надають мінімуму функції вартості

. (2.22)

**5 *.* Задача про складання міжгалузевого балансу.**

*Забезпечити максимальну ефективність міжгалузевого балансу.*

🗹 ***Економічна постановка та математична модель задачі.***

У матеріальному виробництві економіки країни беруть участь n галу­зей. Норми затрат на одиницю продукції j-ї галузі, що йдуть як засоби виробництва i-ї галузі, позначимо через aij ( i,j=1,2, ... , n). Скла­сти план роботи галузей, який забезпечує функціонування народного гос­подарства на рівні кінцевої продукції yi (і = 1, … , n). Дати аналіз повних матері­аль­них затрат на одиницю продукції j-ї галузі, які враховують непрямі затра­ти, витрачені на ранніх стадіях виробництва (розрахунок виконати за допомогою матриці (**E-A**)–1, де **A**= (aij).

Позначимо повні затрати праці j-ї галузі на одиницю продукції через Tj , безпосередні затрати в i-й галузі ti. Визначити необхідні затра­ти праці для нормальної роботи економіки країни.

Позначимо через xj – валовий випуск продукції j-ї галузі, тоді aijxj– затрати i-ї галузі, що затрачаються на випуск продукції j-ї галузі. Звідси – усі затрати i-ї галузі, що споживається в сфері матеріального виробництва. Таким чином, валовий випуск, наприклад, першої галузі

x1=a11x1+ a12x2+ …+aijxj+…+ a1nxn+y1. (2.23)

Звідси для розрахунків валових випусків одержимо систему рівнянь

 (2.24)

Зауважимо, що система рівнянь (2.24) даної задачі допускає тільки невід’ємні розв’язки. Достатні умови існування таких розв’язків через власні числа матриці **(aij)** можна записати так:

λmax(A)<1 (2.25)

Для побудови моделі трудових затрат використаємо таблицю 2.

Таблиця 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a11T1 | a12T1 | …. | a1nT1 |
| a21T1 | a22T2 | …. | a2nT2 |
| …. | …. | …. | …. |
| an1Tn | an2Tn | …. | annTn |
| t1 | t2 | …. | tn |
| T1 | T2 | …. | Tn |

Очевидно, що числа aijTi виражають затрати праці, перенесені на j-й продукт через засоби виробництва і-ї галузі. Звідси одержимо для розрахунків систему алгебраїчних рівнянь

 (2.26)

Усі трудові затрати в економіці країни визначаються як сума затрат галузей.

T=T1+T2+….+Tn. (2.27)

В матричній формі моделі валових випусків та трудових затрат запишуться

**X**(**E**-**A**) = **Y**

**T**(**E**-**A**) = **t** (2.28)

Розв’язки матричних рівнянь запишуться у вигляді:

**X** = **Y**(**E**-**A**)**–1**

**T = t**(**E**-**A**)**–1** (2.29)

Таким чином валовий випуск по кожній галузі економіки **X**=(x1, x2, … xn)T та трудові затрати **T**= (T1,T2, …Tn)T  визначаються з (2.29).

Доцільно зазначити, що за своїм реальним змістом як усі наведені в цьому розділі, так і більшість інших задач математичного програмуван­ня є задачами або мінімізації витрат ресурсів на виробництво заданих кількостей продукції, або ж максимізації випуску продукції (прибутку) при заданих обмежених кількостях ресурсів.

*Задачі до теми.*

*В задачах 1-18 побудувати математичну модель задачі:*

1.На п'яти станках різних типів можна виконувати п'ять операцій по обробці деталей. При цьому, в силу технології виробництва за кож­ним з станків може бути закріплена тільки одна операція. Знаючи час виконання кожної з операцій на кожному з станків, який задається матрицею

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 3 | 4 | 5 | 4 | 3 |
| 6 | 7 | 5 | 4 | 2 |
| 4 | 3 | 4 | 3 | 5 |
| 7 | 7 | 4 | 3 | 5 |

Потрібно розподілити виконання операцій між станками так, щоб сумарний час на обробку деталей був мінімальний.

2. Підприємство випускає три види виробів. Місячна програма випуску становить 200 виробів першого виду, 1800 - другого, 1500 –тре­тього. Для випуску виробів використовують матеріали, щомісячні ви­трати яких не можуть перевищувати 61000 кг. На один виріб 1-го виду витрачається 8 кг. матеріалу, 2-го - 10 кг., 3-го - 11 кг. Оптова ціна одно­го виробу першого виду 7 грн., другого i третього - відповідно 10 і 19 грн. Визначити оптимальний план випуску виробів, який забезпечує підприємству максимальний виторг?

3. Меблева фабрика виготовляє столи, стільці, бюро й книжкові шафи, використовуючи два різних види дошок, причому фабрика має 500м дошок першого виду і 1000 м дошок другого. Крім того, задані трудові ресурси в кількості 800 людино-год. В таблиці наведено норма­тиви витрат кожного виду ресурсів на виготовлення одного виробу і прибуток на один виріб.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ресурси** | Витрати на одиницю продукції. | | | |
| Столи | Стільці | Бюро | Книжкові шафи |
| Дошки першого виду.м3 | 5 | 1 | 9 | 12 |
| Дошки другого виду.м3 | 2 | 3 | 4 | 1 |
| Трудові ресурси,  люд.-год. | 3 | 2 | 5 | 10 |
| Прибуток на один виріб (тис. крб.) | 12 | 5 | 15 | 10 |

За цими вихідними даними розв'язати задачу. Визначити опти­маль­ний асортимент, що максимізує прибуток.

4. Для перевезення вантажу використовують машини типів A і Б. Вантажопідйомність машин кожного типу - 3 т. За один раз машина А витрачає 1,5 кг мастильних матеріалів і 50 л бензину, а машина Б відпо­відно - 2 кг і 30 л. На базі є 35 кг мастильних матеріалів і 100 л бензину. Витрати на експлуатацію машини А становлять 80 грн., Б - 50 грн. Необхідно перевести 60 т. вантажу. Скільки потрібно використати машин типів А і Б, щоб експлуатаційні витрати були мінімальні?

5.Урядом країни виділяється 1 мільярд грн. на розробку альтер­нативних джерел енергії. Для конкурсу з більше як сотні заявок віді­брано такі, оцінка даних яких подана в таблиці.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ проекту** | **Класифікація проекту** | **Віддача проекту на 1 вкладену грн.** | **Максимальна кількість виді­лених коштів на проект (млн.грн)** |
| 1 | сонячний | 4.4 | 220 |
| 2 | вітряний | 3.8 | 150 |
| 3 | синтетичне паливо | 4.1 | 250 |
| 4 | вугільний | 3.5 | 150 |
| 5 | ядерний | 5.1 | 400 |
| 6 | геотермальний | 3.2 | 120 |

Згідно умов конкурсу на розробку проектів по використанню соня­чної енергії буде виділено не менше ніж 30% всіх інвестицій, а ядерний про­ект буде профінансований не менше як на 50%. Розрахувати опти­мальний варіант, який би забезпечував максимум віддачі інвестицій.

6.Особа хоче зробити вклад в 300 млн.грн. Таблиця показує варіанти інвестицій і рівень віддачі. Інвестор хоче, щоб як мінімум 30 млн.грн. були в державних облігаціях. Так як акції А і В є ризиковані, інвестор бажає щоб спільні інвестиції в них не перевищували 50 млн.грн. Інвестор також має передбачення, що процентні ставки будуть високі і він вирішив що мінімум 25% інвестицій повинні бути в акціях банків. Останньою інвестиційною умовою є те, що сума грошей вкладена в інвестиційні фонд А не повинна бути більшою ніж та, що вкладена в інвестиційний фонд В. Завдання полягає в тому, щоб визначити як вкласти гроші в кожний варіант, щоб річний прибуток був максимальний. Сформулюйте модель лі­нійного програмування.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Інвестиції** | **Рівень віддачі** |
| І  2  3  4  5  6 | Інвестиційний фонд A  Інвестиційний фонд В  Акції банків  Державні облігації  Акції А  Акції В | 0.12  0.14  0,15  0,125  0,16  0,18 |

7. Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі А1, А2, A3 використовує три види сировини: цукор-пісок, патоку і фрук­тове пюре. Норми використання сировини кожного виду на вироб­ниц­тво одної тонни карамелі кожного виду - дані в таблиці, також відома загальна кількість сировини кожного виду і прибуток від реалізації 1 т. карамелі даного виду.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вид сировини** | **Норми витрат сировини**  **тон на 1тонну продукції** | | | **Об'єм сировини (т)** |
| **АІ** | **А2** | **A3** |
| Цукор-пісок | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 1000 |
| Патока | 0,8 | 0,2 | 0,3 | 800 |
| Фруктове-пюре | 0,4 | 0,1 | 0,1 | 150 |
| Прибуток від реалізації 1т продукції (тис.грн) | 1,2 | 3,2 | 2,5 |  |

Необхідно знайти план виробництва карамелі, який забезпечує макси­мальний прибуток.

8. Арматурний цех заводу залізобетонних виробів одержує прут довжиною 7 м. У таблиці задано виробничу програму:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер**  **заготовки** | **Довжина заготовки м.** | **Кількість, шт.** |
| 1  2  3  4 | 3,2  2.8  2,1  1.2 | 200  400  600  500 |

Скласти раціональний план розкрою довгомірного матеріалу з най­меншими відходами. Примітка. Припусками на розріз, затискання і обрізання торців знехтувати.

9. Нафтопереробний завод одержує чотири напівфабрикати: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінг-бензину, 350 тис. л бензину прямої пере­го­нки і 100 тис.л ізопентолу. В результаті змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюється три сорти авіаційного бензину: марки А - 2:3:5:2; В - 3:1:2:1 і С - 2:2:1:3. Вартість 1 тис. л вказаних сортів бензину: А –1,2 тис. грн., В – 1,1 тис. грн., С – 1,5 тис. грн. Визначити пропорції змішування компонентів, при якій буде досягнуто максимальної вартості всієї продукції, а також оптимальний план змішування за умови максимального використання компонентів.

10. Тролейбусний парк має в наявності *п* типів тролейбусів, які повинні бути використані для перевезення пасажирів по *m* маршрутах. Число тролейбусів *j-*го типу рівне *bj*. За даними статистичного обсте­ження встановлені обсяги перевезен­ня пасажирів одним тролейбусом *j-*го типу по *i-*му маршруту - *aij*, витрати *cij* на експлуатацію одного тро­лей­буса *j-*го типу по *i-*му маршруту. Відоме також число пасажирів *аi,* які потрібно перевезти по *j-*му маршруту. Потрібно так розподілити тролей­буси по *т* маршрутах, щоб пере­везти задану кількість пасажирів при загальних мінімальних витратах.

11. На звірофермі можуть вирощувати чорно-бурі лисиці і песці, для яких згодовують три види кормів. Кількість корму кожного виду, яку повинні щоденно одержувати звірі, загальна кількість корму кожного виду, яка може бути використана фермою, і прибуток від реалізації однієї шкурки лисиці і песця подані в таблиці.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Вид корму певного типу** | **Кількість одиниць корму, які щоденно потребують тварини** | | **Загальна к-сть корму** |
| **лисиця** | **песець** |
| І  II  III | 2  4  6 | 3  І  7 | 360  480  852 |
| Прибуток від реа­лізації однієї шкіри (грн) | 32 | 25 |  |

Визначити скільки лисиць і песців необхідно виростити на фермі, щоб прибуток від реалізації їх шкурок був максимальний.

12. Для перевезення вантазку на 3-х лініях (напрямках) можуть бути використані кораблі трьох типів. Продуктивність кораблів (с*ij*) при використанні. їх на різних лініях характеризуються числами, наведе­ними в таблиці. В ній вказується також загальний час експлуатації (діб) і мінімально необхідні об'єми перевезення на кожній з ліній. Визначити, які кораблі, на якій лінії і на протязі якого часу необхідно використову­вати, щоб забезпечувати максимальне завантаження кораблів з враху­ван­ням можливого часу їх експлуатації.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вид кораблів** | **Продуктивність кораблів**  **(млн.т.-км за добу) на лінії** | | | **Загальний час експлуатації кораб­лів (діб)** |
| І | 9 | 15 | 12 | 300 |
| II | 7 | 16 | 14 | 300 |
| III | 1З | 1З | 5 | 300 |
| Заданий об'єм перевезення | 4000 | 5400 | 4300 |  |

13. На трьох групах обладнання необхідно виготовити вироби чотирьох видів. Встановлено план виробництва: виробів типу А - 2000 шт., Б -1000 шт., В - 200 шт., Г - 250 шт. Дані про собівартість кожного виробу, трудомісткість і фонд робочого часу задано у таблиці

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Облад­нання | Собівартість одного виробу, грн. | Час на виготовлення юго виробу, хв. | Фонд часу.хв |
| А Б В Г | A Б В Г |
| І  II  III | 1,5 2,4 0,9 1,4  1,8 1,2 1,0 1,7  2,7 5.4 6,0 5,6 | 4,1 2,5 3,5 8,1  2,5 4,0 1,2 1,0  1,7 1,5 1,0 1,2 | 35000  16000  22000 |

Скласти план завантаження обладнання при якому мінімізується собівартість вироблених товарів.

14. Розподілити чотири сорти naливa, яке є в кількості 70, 40, 50 і 40 т відповідно кожного сорту, між п'ятьма агрегатами, потреби яких становлять 20, 40, 50, 60 і 40 т відповідно. Задано матрицю теплотворної здатності *сij*:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 3 | 5 | 9 | 7 |
| 4 | 7 | 2 | 6 | 4 |
| 6 | 5 | 8 | 6 | 7 |
| 4 | 2 | 7 | 4 | 5 |

, де *сij* - теплотворна здатність *і*-го сорту палива при використанні його в *j*-му агрегаті. Знайти оптимальний розподіл палива між агрегатами, при якому буде досягнута максимальна кількість теплоти від усього запасу палива.

15. В заводській лабораторії створюється антифрикційний сплав (олов'янистий бабіт), який повинен містити: олова - не менше 15%, сурми - не менше 15%, свинцю – близько 70% та ще чотири сплави, процентний склад і ціни на які наведені в таблиці.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Елементи | Сплав | | | |
| І | 2 | 3 | 4 |
| Олово | 12 | 20 | 12 | 20 |
| Сурма | 12 | 18' | 18 | 14 |
| Свинець | 76 | 62 | 70 | 66 |
| Ціна за 1 кг | 3,5 | 5,2 | 4,0 | 4,6 |

Розрахувати кількість елементів для сплаву кожного виду, необхідну для 1 кг суміші, яка б забезпечила мінімальні затрати.

16.Для утеплення приміщень використовують чотири агрегати, кожен із яких може працювати на будь-якому з п'яти видів (сортів) палива, які є в кількостях 100, 120, 80. 90 і 160т. Потреби в паливі кожно­го з агрегатів відповідно дорівнює 90, 130, 150 і 170 т. Тепло­тво­рна здатність *і*-го виду палива при використанні його на *j*-му агрегаті зада­ється матрицею

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 9 | 8 | 10 | 12 | 9 |
| 7 | 6 | 9 | 8 | 7 |
| 8 | 12 | 6 | 9 | 8 |
| 10 | 9 | 8 | 10 | 12 |

Знайти такий розподіл паливаміж агрегатами, при якому одержуєть­ся максимальна кількість теплоти від використання всього палива

17. На базі є прут довжиною 3,6 м. Підприємству необхідно поставити заготовки довжиною 1,35 ; 1,0 і 0,7 м у кількості відповідно 5000, 7200 і 8000 шт. Яка кількість прутів необхідна і якими способами потріб­но нарізати заготовки, щоб відходи були мінімальними?

19. На трьох складах оптової бази знаходиться однорідний вантаж в кількості 200, 80 і 100 од. Цей вантах необхідно перевезти у чотири магазини, кожний із яких одержує відповідно 130, 50, 70, 90 од. вантажу. Тарифи перевезення одиниці вантажу із кожного . складу, у всі магазини задаються матрицею

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3 | 4 | 5 | 4 |
| 6 | 4 | 2 | 3 |
| 3 | 2 | 5 | 3 |

Скласти такий план перевезення, при якому загальна вартість переве­зен­ня буде мінімальною.

18 .Зібраний врожай зерна трьох сільськогосподарських артілей повинен бути перевезений на три елеватори, елеватор А1 потужністю 100 тис.тонн, елеватор А2 потужністю 80 тис.тонн і елеватор A3 потужністю 90 тис.т. Відомі транспортні затрати на перевезення 1 т. зерна від кожної артілі до кожного елеватора, а також запас зерна артілей, наведені в таблиці .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **с/г артіль** | **затрата на перевезення до і-го елеватора, (грн)** | | | **Запаси зерна, тис.т.** |
| В1 | В2 | ВЗ |
| А1  А2  А3 | 12,5  28,3  15,7 | 24,0  14,5  20,6 | 18,4  25,7  16,3 | 80  90  100 |

Визначити план перевезення зерна на елеватори, який мінімізує транспортні затрати.

**Форми контролю знань** – презентація виконаних завдань у вигляді звіту, обговорення виконаних завдань.

**Рекомендована література до теми лабораторного заняття:**

Основна та допоміжна література:

1. Бейко И.В. и др. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. – К., 1983.
2. Дослідження операцій: Підручник, у 2-х томах. Том 1. – ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2015.
3. Зайченко Ю.П., Шумилов С.А. Исследование операций. Сб. задач. – К.: Вища школа, 1984.
4. Пономаренко Л.А. Основи економічної кібернетики. Підручник. – К.: Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2012.
5. Хазанова Л.Э. Математические методы в экономике. Учебное пособие. – М.: Изд-во БЕК, 2002.
6. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Дослідження операцій: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2014.

**Навчальне обладнання, ТЗН, презентація тощо:** ноутбук, ПЕОМ.

**Питання і завдання студентам для контролю знань.**

1. Що таке ЗДО?
2. Які ви знаєте властивості ЗДО?
3. Що таке система обмежень?
4. Що таке цільова функція?
5. Що таке многокутник розв’язків?
6. Загальна форма задачі про розподіл ресурсів.
7. Загальна форма задачі про розкрій матеріалу.
8. Загальна форма транспортної задачі.

**Укладач: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_**Мищишин О.Я. доцент, к. ф.-м.н., доцент

(підпис) (ПІБ, посада, науковий ступінь, вчене звання)